CENTRO UNIVERSITÁRIO DO PLANALTO CENTRAL
APPARECIDO DOS SANTOS - UNICEPLAC

Dalmo Rodrigues da Silva

Geoplano: prática pedagógica matemática

GAMA, DF, 2022.

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

S586g

Silva, Dalmo Rodrigues da.

Geoplano: prática pedagógica matemática. Gama, DF: UNICEPLAC, 2022.

43 p.

1.
2. Matemática. 2. Geoplano. 3. Prática pedagógica. I. Título.

CDU: 51

GEOPLANO

Origem da palavra:

geo - geometria

plano – superfície plana

É um recurso didático-pedagógico dinâmico e manipulativo (construir, movimentar e desfazer).”(Rosa Maria Machado)

Por volta de 1960, o professor Caleb Gattegno do Instituto de Educação da Universidade de Londres, na Inglaterra, criou o geoplano. Desde então, o geoplano passou a ser usado por diversos professores para ensinar Geometria.

Ele é formado por uma placa de madeira e pregos dispostos formando uma malha, faz parte também desta placa, elásticos ou barbantes de preferência coloridos, com os quais podemos prendê-los aos pregos desenhando e formando figuras geométricas sobre o geoplano.

O material pode ser feito por marceneiros, ou em casa, com uma base plana e lisa. É necessário ter cuidado com as marcações para que fiquem com as mesmas medidas. É importante ressaltar que a distância de um prego para outro, tanto na horizontal quanto na vertical, tem que ser a mesma.

Podem-se criar geoplanos de vários tamanhos e tipos de malhas:

- **Quadrado**, por exemplo, (3x3), (5x5), ou seja, cada lado do geoplano tem 3 ou 5 pregos;

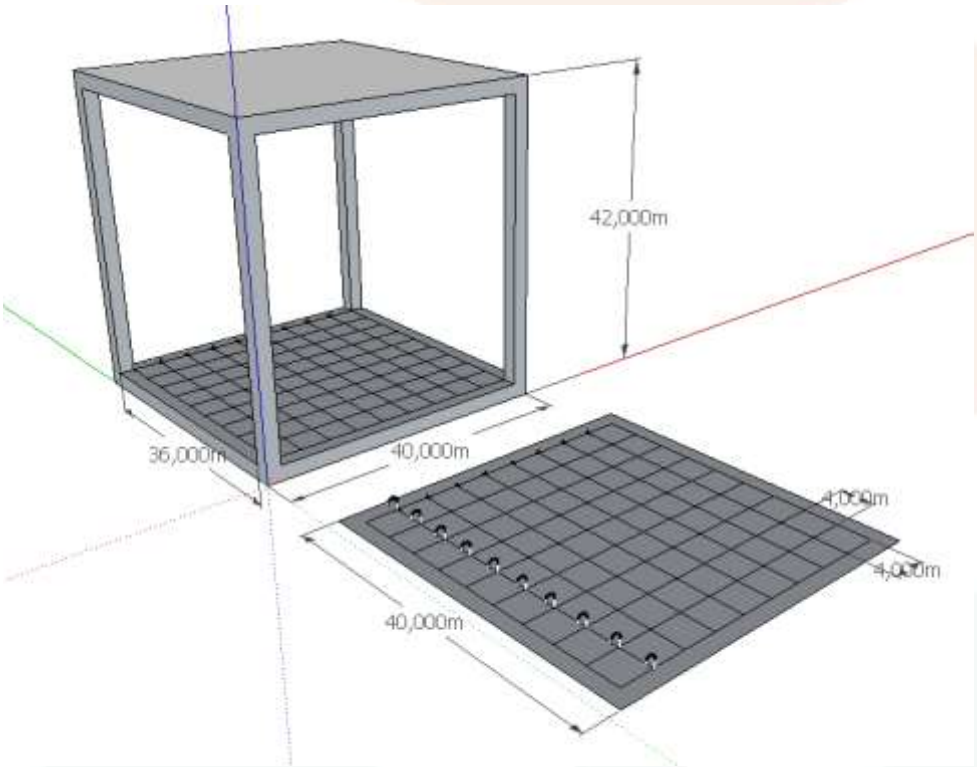
- **Isométrico** (trelissado, triangular), os pregos são colocados na intersecção das linhas;

- **Circular**, em que os pregos são dispostos de forma circular;

- **Oval**, em que os pregos são dispostos de forma oval.

Também temos o Geoplano Espacial: confeccionado em madeira com vários ganchos, que dão a idéia de planos que contêm as bases e vértices de um polígono, fixos

por quatro hastes paralelas. Com o geoplano espacial podemos construir, visualizar e estudar uma variedade de poliedros e representações de sólidos geométricos.



Para o trabalho com o geoplano é recomendado outros recursos de acompanhamento, o papel quadriculado ou o papel pontilhado, e, aconselha-se a sua utilização paralela a utilização do geoplano, sua função é para que o estudante faça o registro do que montou.

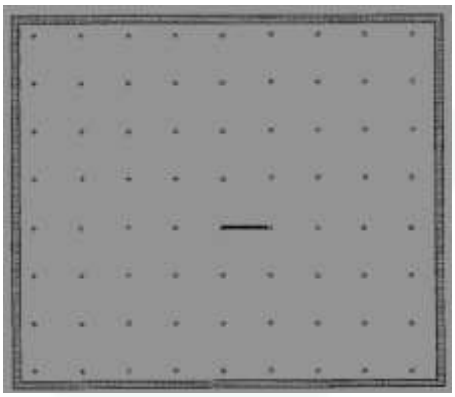
Hoje também existem softwares do Geoplano, mais um benefício para a construção de conceitos matemáticos.

Medidas utilizadas no Geoplano

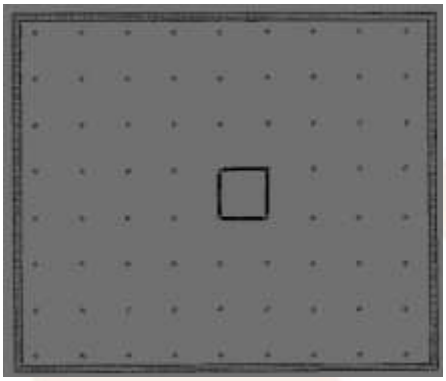
Medir uma grandeza é compará-la a uma unidade padrão estabelecida.

No geoplano, ficou estabelecido que a unidade de medida linear é a distância entre dois pregos, seja na horizontal ou na vertical (u.m.l.- unidade de medida linear), ou seja, se com um elástico for desenhado a menor linha.

A unidade de medida de área é a do quadrado com lado de comprimento unitário (1u.a. – uma unidade de comprimento de área).



Considere um quadradinho unindo os quatro pontos mais próximos como unidade de área.



Segundo Pires e Gomes (2004), é importante oportunizar ao aluno a experiência da matematização por meio da manipulação de materiais, dessa forma desenvolver uma atividade lúdica, além da oportunizar situações que favorecem o desenvolvimento do pensamento abstrato.

O geoplano é um material manipulável que oferece oportunidades para a aprendizagem da geometria e das medidas por meio de experiências.

As atividades com Geoplanos proporcionam a exploração de diversos conteúdos matemáticos, dentre eles podemos destacar:

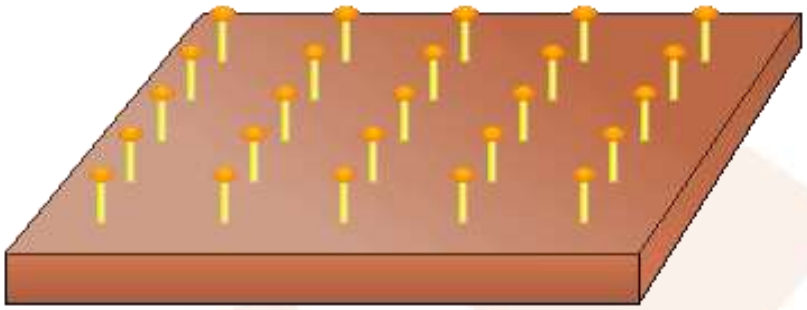
· Estudo de diferentes tipos de polígonos (triângulos, quadriláteros, etc.)
· Teorema de Tales
· Conceitos de medidas
· Simetria
· Comparações e medidas de áreas
· Comparação, ordenação e adicionamento de comprimentos (perímetro)
· Introdução à Geometria: ponto, reta, plano, semi-reta, semiplano, etc
· Estudo do Ponto
· Estudo das Retas
· Multiplicações nas séries iniciais
· Frações
· Ampliação e redução de figuras
· Representação geométricas dos números
· Geometria analítica
· Ângulos
· Função
· Análise combinatória

· Sistemas Axiomáticos
· Proporcionalidade
· Teorema de Pitágoras e outros.

O professor deve orientar o trabalho dos estudantes no geoplano, levando-os a observarem e explorarem todas as possibilidades existentes sobre o conteúdo em questão.

Quando se trabalha com qualquer tipo de material manipulável deve-se definir bem os objetivos que se pretende, para alcançá-los de forma significativa.

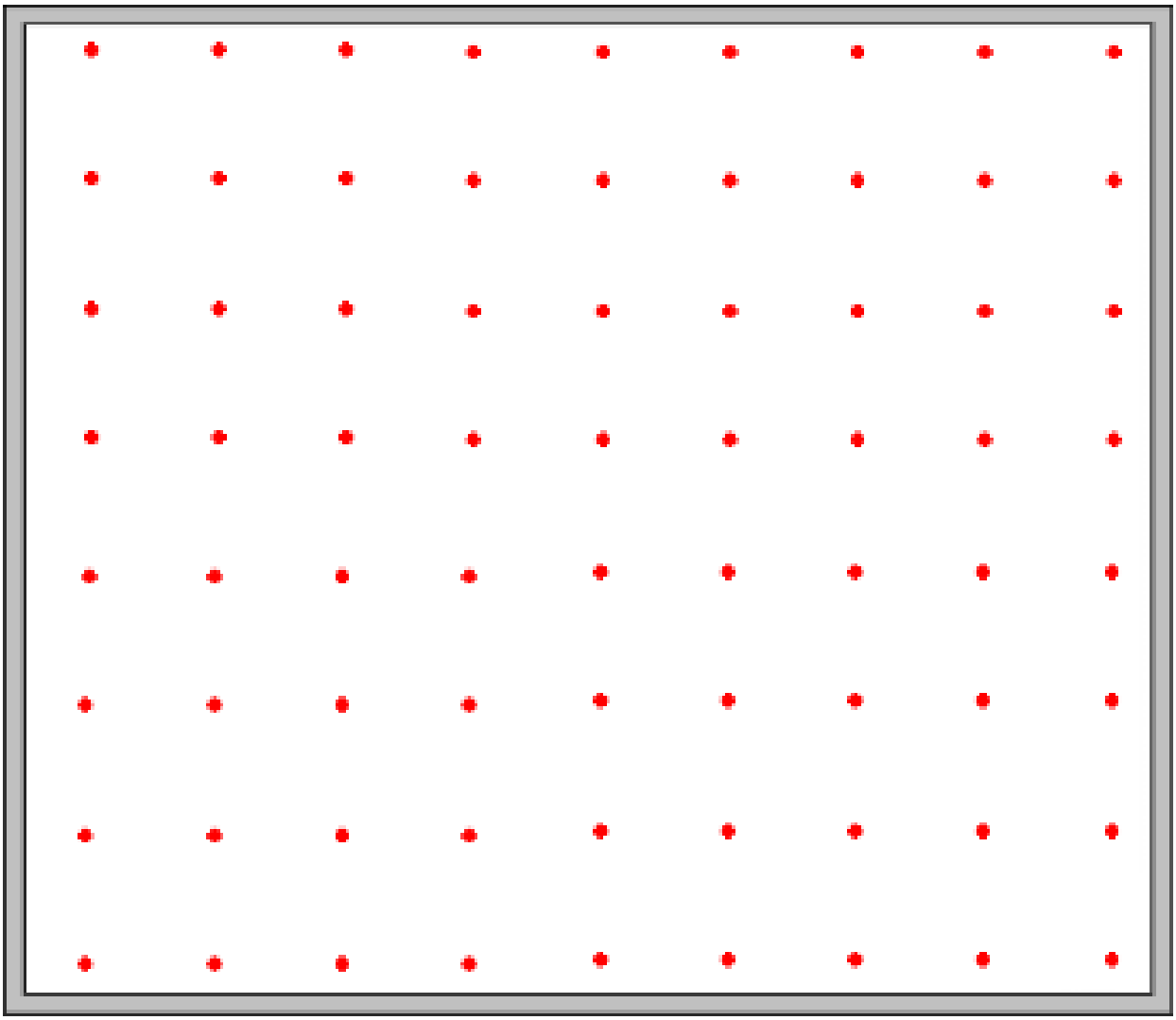
Imagens de um geoplano feito com placa de madeira e pinos



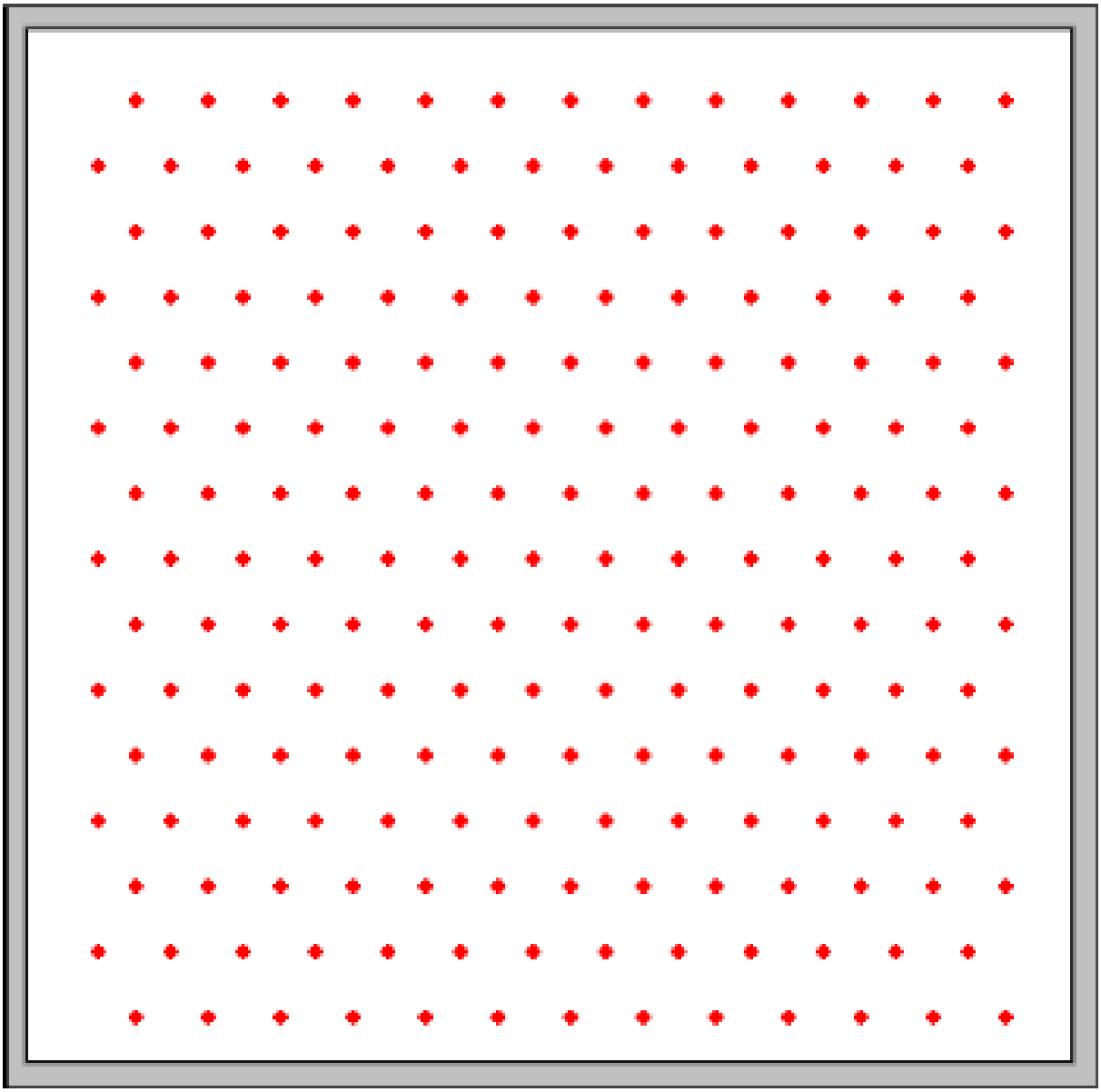
Modelos de Geoplano

Confeccionar o geoplano quadrado de acordo com modelo fornecido.

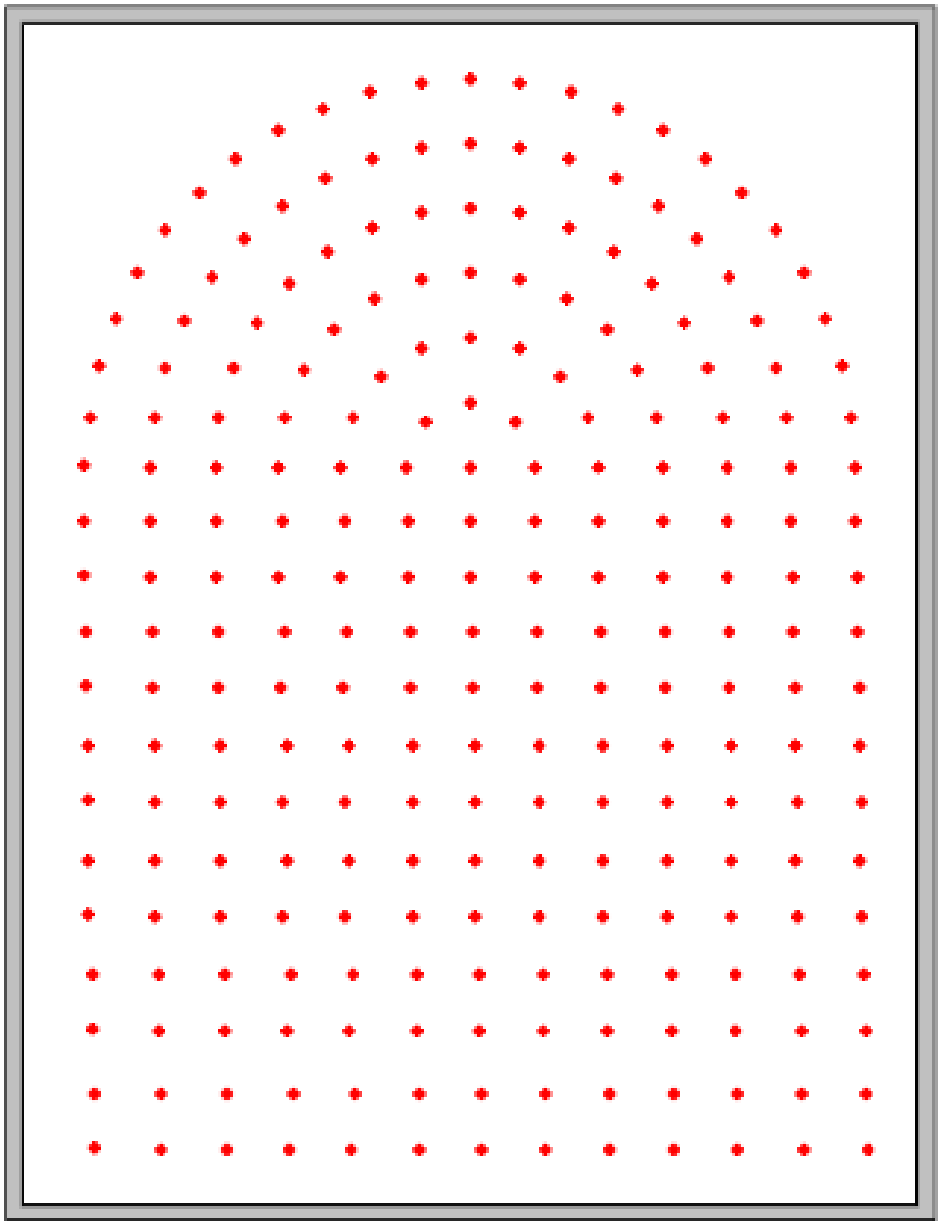
Quadrado



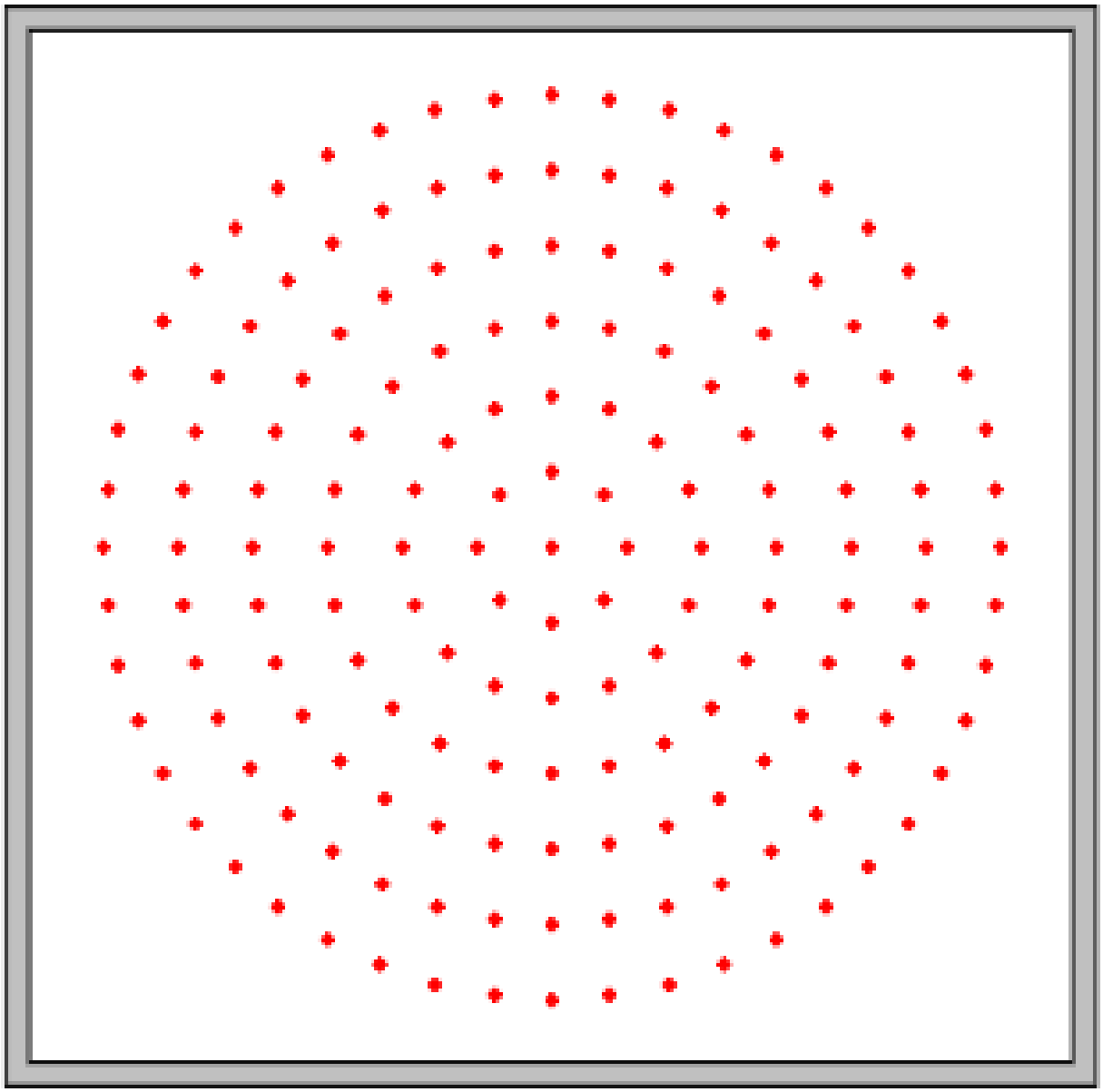
Trelissado



Oval



Circular



ATIVIDADES

1)

Objetivos:
· Familiarizar os alunos com o geoplano.
· Desenvolver a percepção visual de formas geométricas planas.

Solicitar aos estudantes que construam no geoplano o que quiserem, com um ou mais elásticos; paralelamente ao trabalho livre no geoplano, deverão registrar o que fizeram nas folhas pontilhadas (de malha idêntica).

Esta atividade pode ser repetida e ser feita em malhas de 5x5, 4x4, 3x3, etc.

2)
Objetivos:
· Explorar os diferentes tipos de polígonos.
· Fazer uso de nomenclatura adequada às formas geométricas.

· Comparar, ampliar e reduzir formas e figuras.

No geoplano:
a) Construa livremente polígonos.
b) Desenhe quadriláteros, triângulos, registre em folhas quadriculadas e pinte-os.
c) Descubra famílias de polígonos com condições específicas e faça anotações.(ex. todos os triângulos utilizando 3 pregos, 5 pregos).

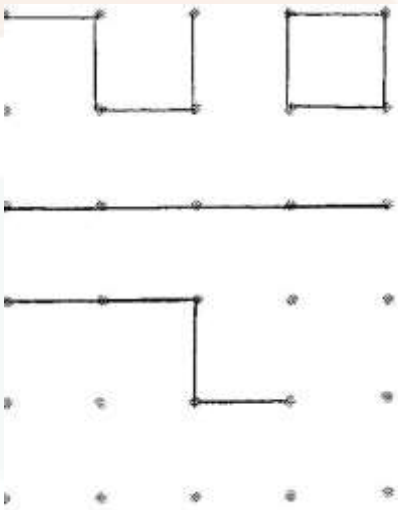
3)
Objetivos:
· Construir e identificar polígonos.
· Calcular perímetro de formas geométricas planas.
· Utilizar a noção de perímetro de figuras planas.
Manuseando os elásticos, construam no geoplano as formas geométricas relacionadas a seguir:
a) Representem algumas formas geométricas escolhidas por vocês.
Procurem construir, primeiramente, aquelas que vocês conhecem e cujos nomes identificam.
b) Agora, representem três quadrados. Para cada um, escolham um comprimento de lado diferente.
c) Representem também alguns triângulos. Construam variando o comprimento dos lados.
d) Construam um quadrado e um retângulo cujos perímetros sejam iguais.
4)

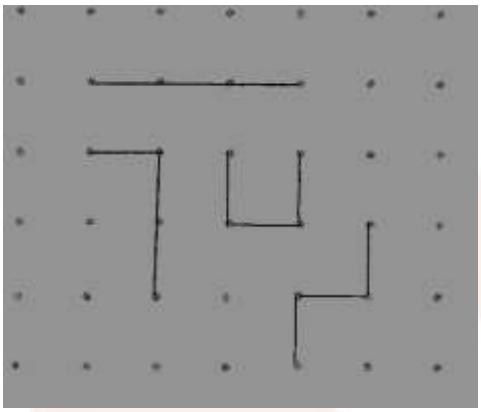
Objetivos:
· Reconhecer quando uma figura geométrica é um polígono.
· Classificar os polígonos de acordo com o número de lados.
Os estudantes deverão construir vários polígonos no geoplano e posteriormente desenhar, pintar e recortar cada um deles em folhas pontilhadas. Fazer um painel com todos os polígonos, classificando-os pelo número de lados.

5)
Objetivos:
·Explorar os diferentes tipos de polígonos.

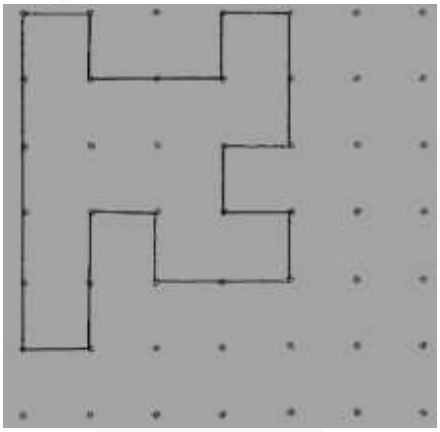
· Determinar o perímetro dos polígonos construídos.
· Reconhecer diferentes formas de medir comprimentos.

a) Construir no geoplano, com elásticos coloridos as representações abaixo e calcular seus comprimentos (faça os seus registros numa folha de papel quadriculado).





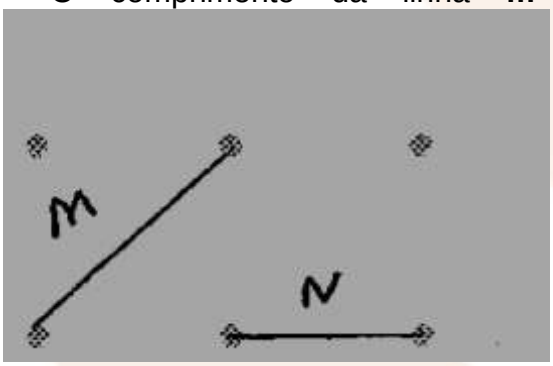
b) Construir no geoplano, com elásticos coloridos a representação a seguir e calcular seu comprimento, explorando o perímetro da figura (faça os seus registros).



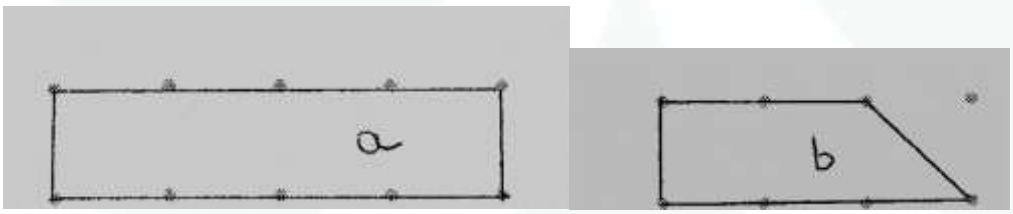
b) Construir um retângulo cujo perímetro seja 6 unidades e cujo lado seja o dobro um do outro.

d) Construir um quadrado cujo perímetro seja 16 unidades.

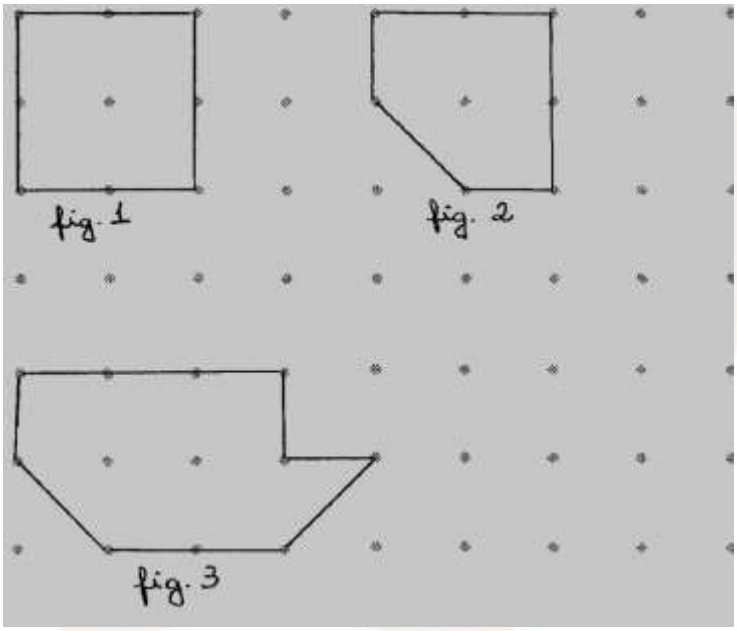
e) Dadas as duas figuras, pergunta-se:
· O comprimento da linha **m** é maior ou menor do que o da **n**?



O perímetro da figura **a** é maior ou menor do que o da **b**?



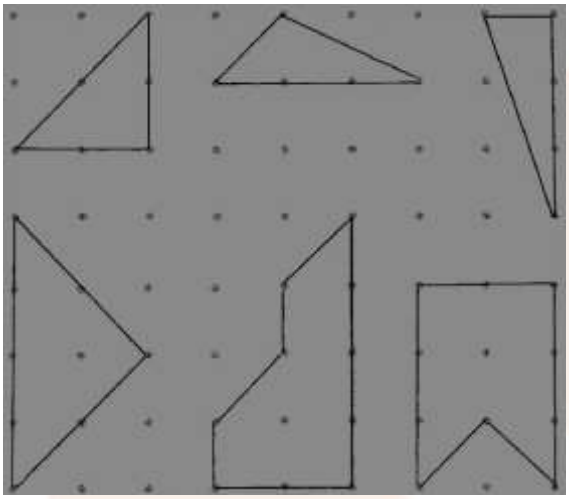
Os perímetros das figuras 2 e 3 aumentam ou diminuem em relação ao perímetro da figura 1?



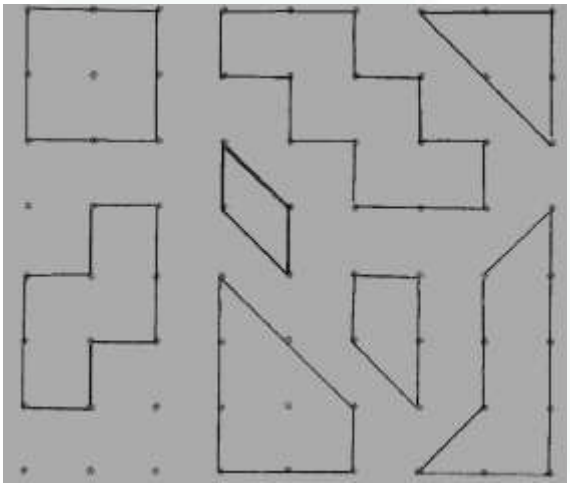
f) Construir no geoplano 5 x 5 o polígono que tem o menor e o maior perímetro inteiro. Representá-lo e calcular seu perímetro.

g) Com quais números naturais é possível construir um polígono de perímetro n no geoplano 5 x 5?

6)
Objetivos:
· Explorar os diferentes tipos de polígonos construídos.
· Calcular a área de superfície plana, utilizando unidades de medidas padronizadas.
· Calcular o perímetro dos polígonos construídos.
a) Construir no geoplano os polígonos calculando suas áreas, considere um quadradinho unindo os quatro pontos mais próximos como unidade de área (não usar fórmulas).



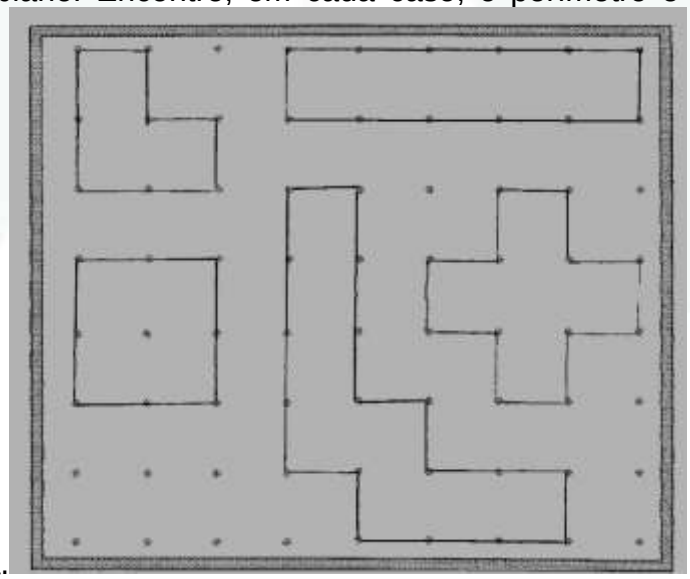
b) Construir no geoplano outros polígonos que tenham a mesma área dos apresentados a seguir. (Obs. Este exercício conduz a compreensão de que figuras de formatos diferentes podem ter a mesma área).



c) Construir no geoplano retângulos que tenham as medidas que estão especificadas na tabela e calcular suas áreas.

Figura	1	2	3	4	5	6	7
Medida do lado horizontal	4	3	4	1	3	3	3
Medida do lado vertical	2	4	3	4	2	1	3
Área do quadrilatero							

d) Na imagem a seguir representa um geoplano no qual os pregos foram fixados de 1 cm em 1 cm. Observem as formas geométricas planas representadas pelos elásticos colocados nesse geoplano. Encontre, em cada caso, o perímetro e a área da forma geométrica construída.



e) Construir a primeira letra do seu nome no geoplano e calcular a área que a letra ocupou.

7)
Objetivos:
· Reconhecer, representar e nomear segmento de reta;
· Identificar, representar e nomear ponto, reta e plano;
· Traçar retas paralelas, concorrentes, perpendiculares;

PONTOS: Os pregos do tabuleiro representam pontos.

RETAS: Una dois pregos com um elástico e imagine os dois se deslocando indefinidamente. A imagem é uma reta.

SEGMENTO DE RETAS: Unindo dois pregos com um elástico, tem-se uma parte da reta, limitada pelos mesmos, sendo um segmento de reta. Fixado um como origem, e não fixado o segundo, tem-se semi-reta.
a) Construa retas, no geoplano, com os elásticos, registrar na folha pontilhada.
b) Represente no geoplano algumas retas que passam por um ponto dado, com elásticos de cores diferentes.
c) Indique no geoplano segmentos de retas e represente no papel.
d) Reconheça semi-retas no geoplano e represente no papel pontilhado.
e) Tome duas tiras de elástico de cores diferentes e represente no geoplano duas retas coincidentes, paralelas, não paralelas (concorrentes e perpendiculares).
Faça a representação no papel.
Duas retas paralelas se interceptam? E não paralelas?
f) Represente no geoplano uma reta e tome um ponto fora desta reta.
Una este ponto aos diversos pontos da reta com elásticos de cores diferentes. Qual a distância do ponto à reta?
Represente no papel.

8)
Objetivo:

· Identificar e classificar ângulos em figuras geométricas planas.
ÂNGULOS: Considere duas retas no geoplano superpostas (use elásticos de cores diferentes). Movimentando uma delas, obterá duas semi-retas com um ponto comum.
1. Representar no papel as duas situações realizadas acima.
2. Representar no papel o espaço percorrido pelo elástico que se movimenta.

3. Desenhe triângulos, quadrados e retângulos no geoplano utilizando um elástico para cada lado.
a) Retire alguns elásticos das construções feitas anteriormente, deixando apenas alguns lados que se tocam num vértice (lados consecutivos).
b) Quais ângulos foram conseguidos a partir de quadrados e de retângulos? Estes ângulos são chamados de ângulos retos.
Compare-os com o canto de uma folha de papel.
c) Quantos ângulos retos têm um retângulo?
d) Quantos ângulos retos têm um quadrado?
e) Quantos ângulos retos têm um triângulo?
f) Como se classificam os ângulos conseguidos a partir dos triângulos?
4. Desenhe, no geoplano uma figura com:
a) quatro lados e nenhum ângulo reto;
b) três lados e um ângulo reto;
c) três lados e um ângulo obtuso;
d) quatro lados e todos os ângulos agudos;
e) ângulos agudos apenas.

9)
Objetivos:

· Desenhar triângulos e identificar seus vértices, lados e ângulos.
· Classificar triângulos de acordo com as medidas de seus ângulos.
· Classificar triângulos de acordo com as medidas de seus lados.
a) Represente no geoplano triângulos. Cada um registra no papel o seu.
b) Reúna no quadro os diversos triângulos representados.
c) Classifique-os quanto a lados.
d) Classifique-os quanto a ângulos.
e) Obtenha com elásticos coloridos a semi-reta que une um vértice ao lado oposto de seu triângulo e represente no papel. Reúna no quadro as diversas representações obtidas na sala. Questione: Como se chama este segmento no triângulo?
f) Formule o conceito de altura de um triângulo. Quais são os outros elementos de um triângulo?
g) É possível obter um triângulo eqüilátero no geoplano retilíneo?
h) Use o seu geoplano e represente triângulos isósceles em que o lado diferente mede 3 unidades e a altura mede, 4u, 3u, 2u, 1u. Isto é possível? Justifique.

10)
Objetivos:
· Desenhar quadriláteros e identificar seus vértices, lados, ângulos e diagonais.

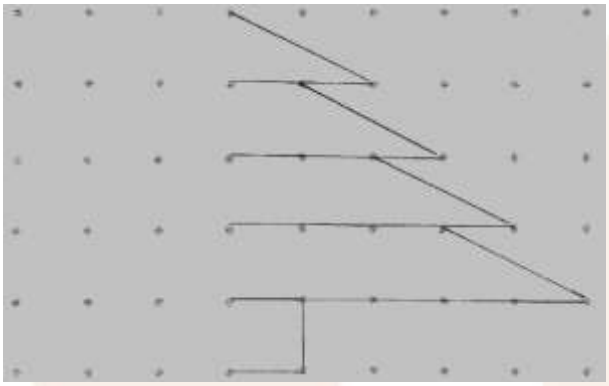
· Calcular perímetro e área dos polígonos construídos.
· Construir e identificar quadrilátero.;
· Classificar os quadriláteros.

Utilizando o geoplano, construir e fazer o reconhecimento de quadriláteros, suas denominações, seus elementos, perímetros, áreas.
Partindo do quadrado, do retângulo e do triângulo, fazer deformações de modo a obter outros quadriláteros.
Represente no papel pontilhado ou quadriculado cada figura e as deformações feitas.

11)
Objetivos:
· Identificar e classificar ângulos de formas geométricas planas.
· Construir figuras geométricas planas.
Desenhe no geoplano polígonos com:
a) Três lados e um ângulo reto.
b) Cinco lados e três ângulos retos
c) Quatro lados e nenhum ângulo reto.
d) Quatro ângulos obtusos e dois ângulos retos.
Reproduza as figuras construídas no geoplano no papel pontilhado.
Classifique as figuras e relacione suas propriedades.

12)

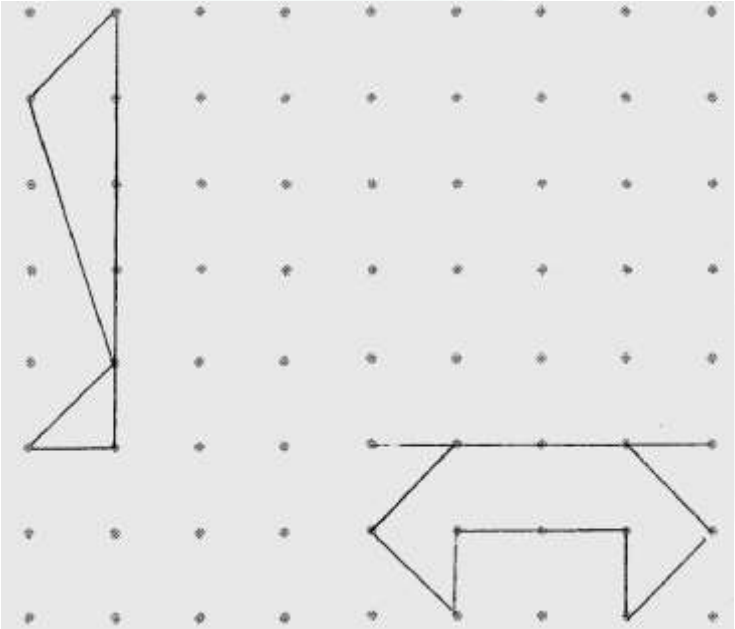
Objetivos:
· Conhecer a simetria das formas geométricas.
· Perceber que o eixo de simetria divide a figura em partes semelhantes.
· Traçar figuras a partir do eixo de simetria.
No geoplano, complete a árvore de Natal:



13)

Objetivos:

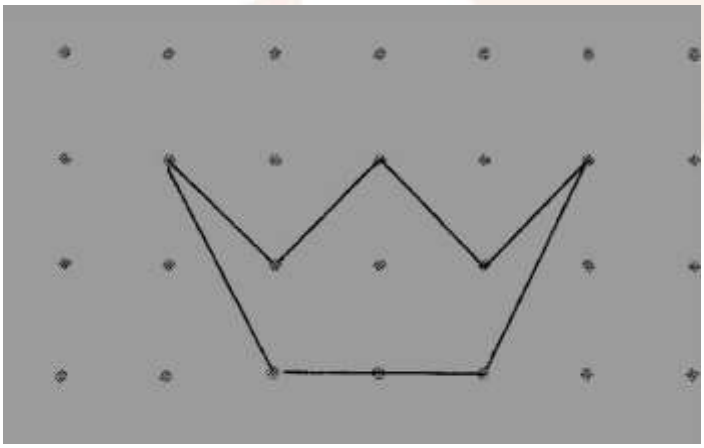
· Perceber que o eixo de simetria divide a figura em partes semelhantes.
· Traçar figuras a partir do eixo de simetria.
· Desenhar figuras simétricas em relação a um eixo.
No geoplano, no papel pontilhado ou quadriculado, construa e complete a parte que falta nas figuras, a partir de seus eixos de simetria.



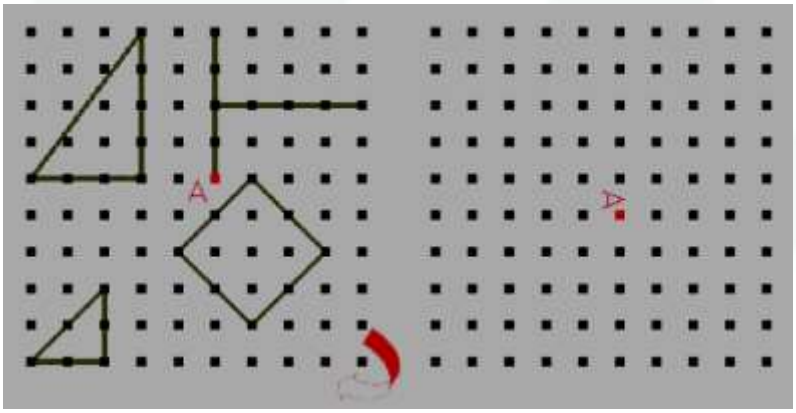
14)

Objetivo:

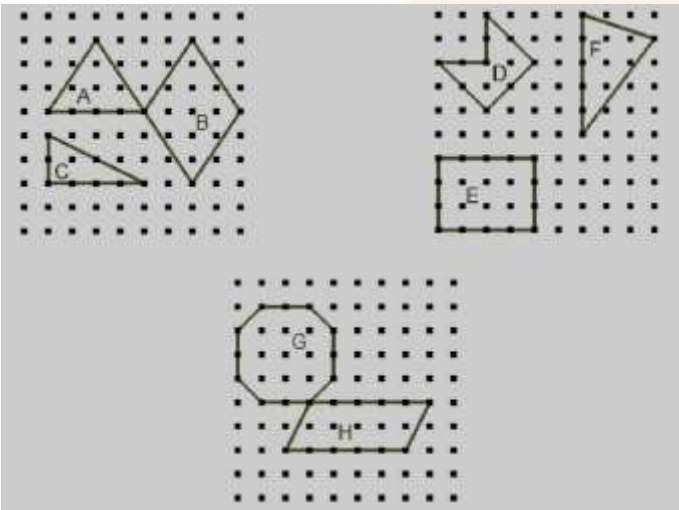
· Identificar a existência de eixos de simetria em figuras simétricas e determiná-los.
Procure o eixo de simetria da seguinte figura.



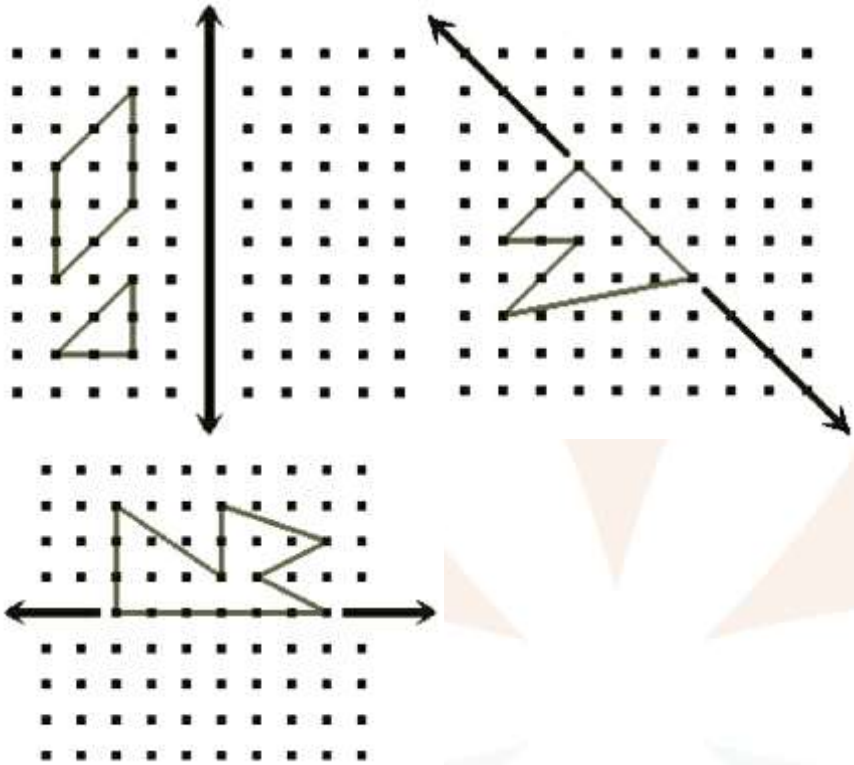
Supondo que o geoplano abaixo sofresse uma rotação de 90° em torno do ponto A.
Represente no geoplano, à direita, a transformação.



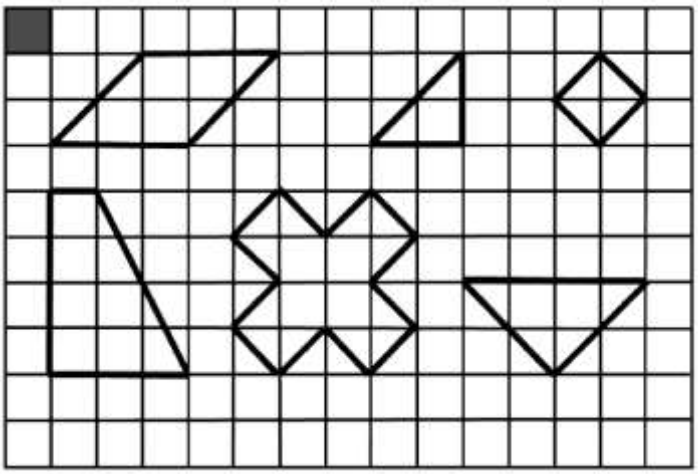
15) Identifique os diferentes eixos de simetria nas figuras representadas no geoplano.



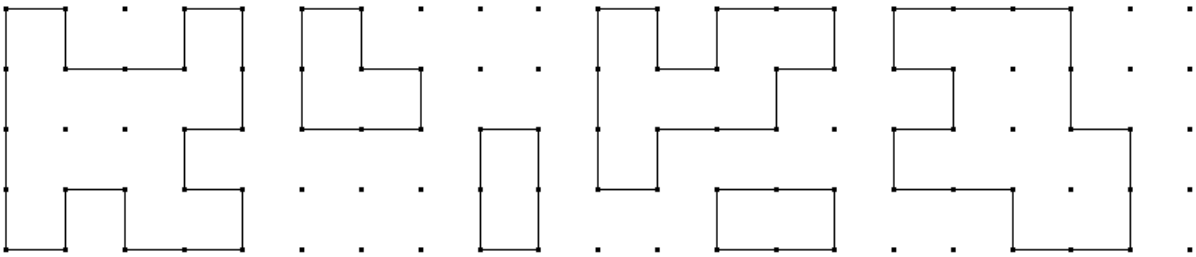
16) Complete as representações no geoplano, a partir dos eixos de simetria.



17) Quantos quadradinhos, iguais ao que está no canto superior esquerdo do desenho, cabem em cada uma das figuras abaixo?

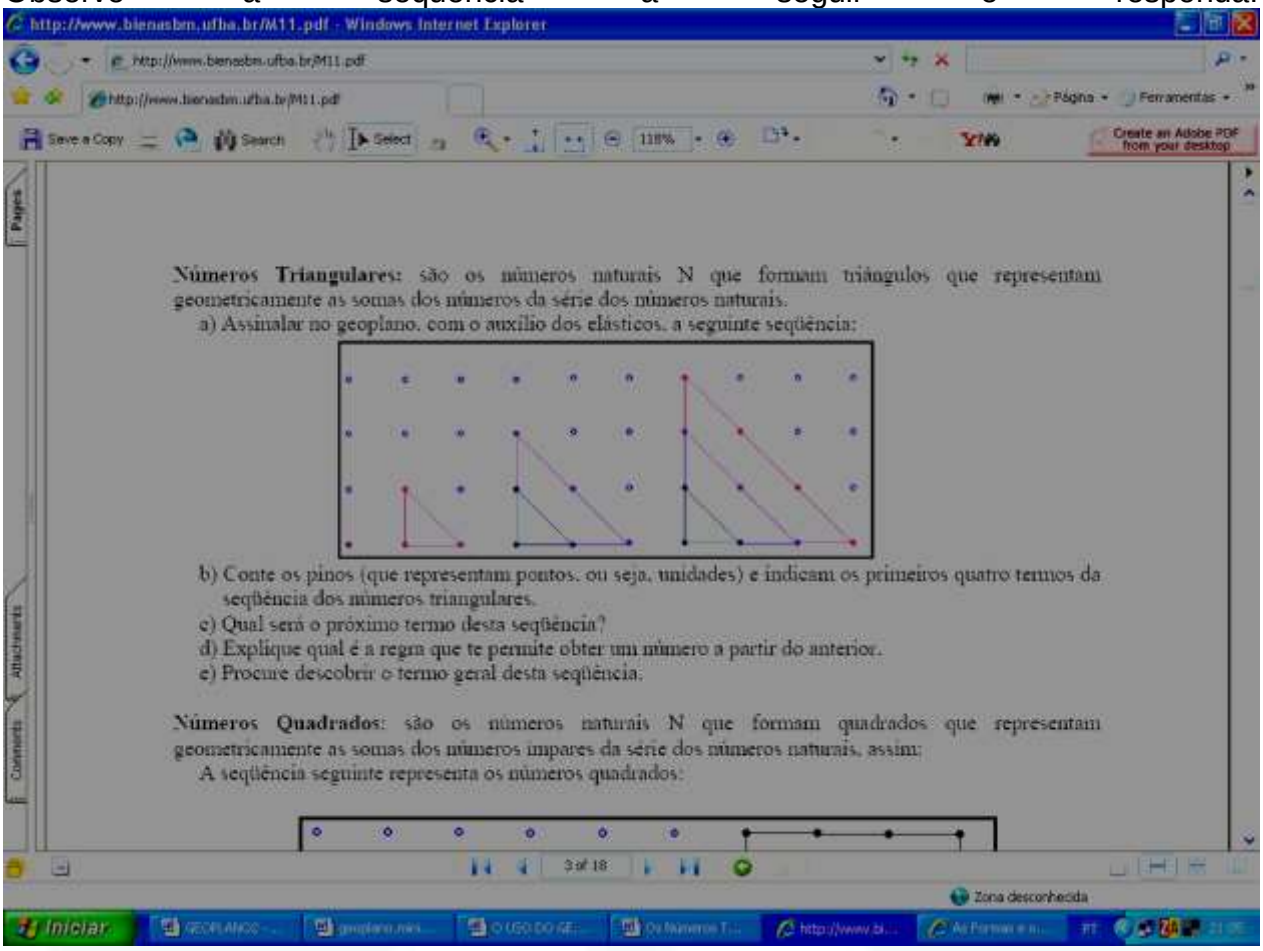


18) Vamos reproduzir as figuras abaixo no Geoplano e calcular a área e o perímetro?



Construir no geoplano todas as figuras possíveis formadas por quatro triângulos retângulos congruentes, unidos pelos catetos e pela hipotenusa. Podemos construir mais de 10 figuras diferentes.

Observe a seqüência a seguir e responda:



Números Triangulares: são os números naturais N que formam triângulos que representam geometricamente as somas dos números da série dos números naturais.

a) Assinalar no geoplano, com o auxílio dos elásticos, a seguinte seqüência:

b) Conte os pinos (que representam pontos, ou seja, unidades) e indicam os primeiros quatro termos da seqüência dos números triangulares.

c) Qual será o próximo termo desta seqüência?

d) Explique qual é a regra que te permite obter um número a partir do anterior.

e) Procure descobrir o termo geral desta seqüência.

Números Quadrados: são os números naturais N que formam quadrados que representam geometricamente as somas dos números ímpares da série dos números naturais, assim:

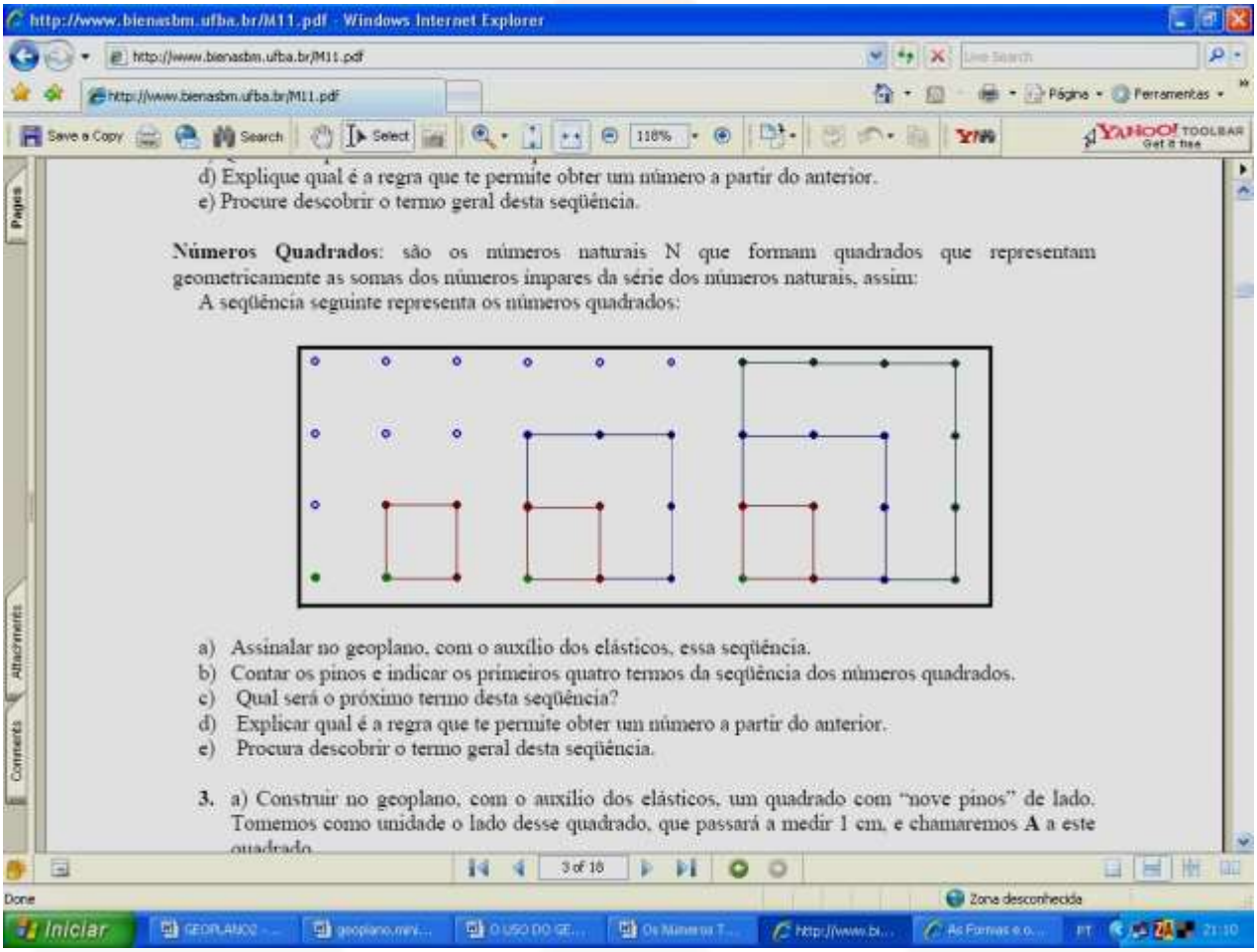
A seqüência seguinte representa os números quadrados:

a. Conte os pontos e indicam os primeiros termos representados na seqüência;
b. Qual será o próximo termo desta seqüência?
c. Qual a lei de formação desta seqüência?

Construa no Geoplano a seqüência abaixo:

a. Conte os pinos que indicam os quatro primeiros termos da seqüência;

b. Qual será o próximo termo?
c. Existe alguma regra para descobrir o n-ésimo termo? Caso positivo, qual?



d) Explique qual é a regra que te permite obter um número a partir do anterior.
e) Procure descobrir o termo geral desta seqüência.

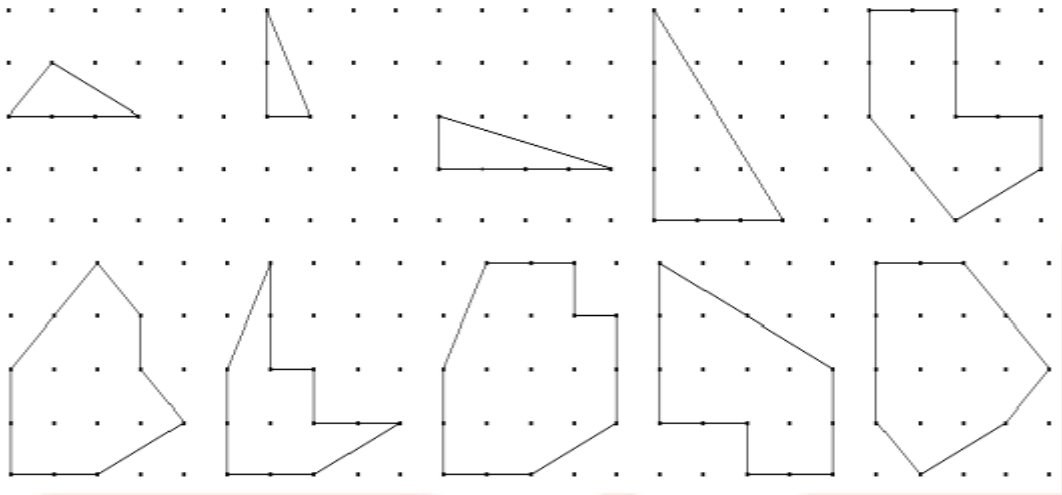
Números Quadrados: são os números naturais N que formam quadrados que representam geometricamente as somas dos números ímpares da série dos números naturais, assim:
A seqüência seguinte representa os números quadrados:

a) Assinalar no geoplano, com o auxílio dos elásticos, essa seqüência.
b) Contar os pinos e indicar os primeiros quatro termos da seqüência dos números quadrados.
c) Qual será o próximo termo desta seqüência?
d) Explicar qual é a regra que te permite obter um número a partir do anterior.
e) Procura descobrir o termo geral desta seqüência.

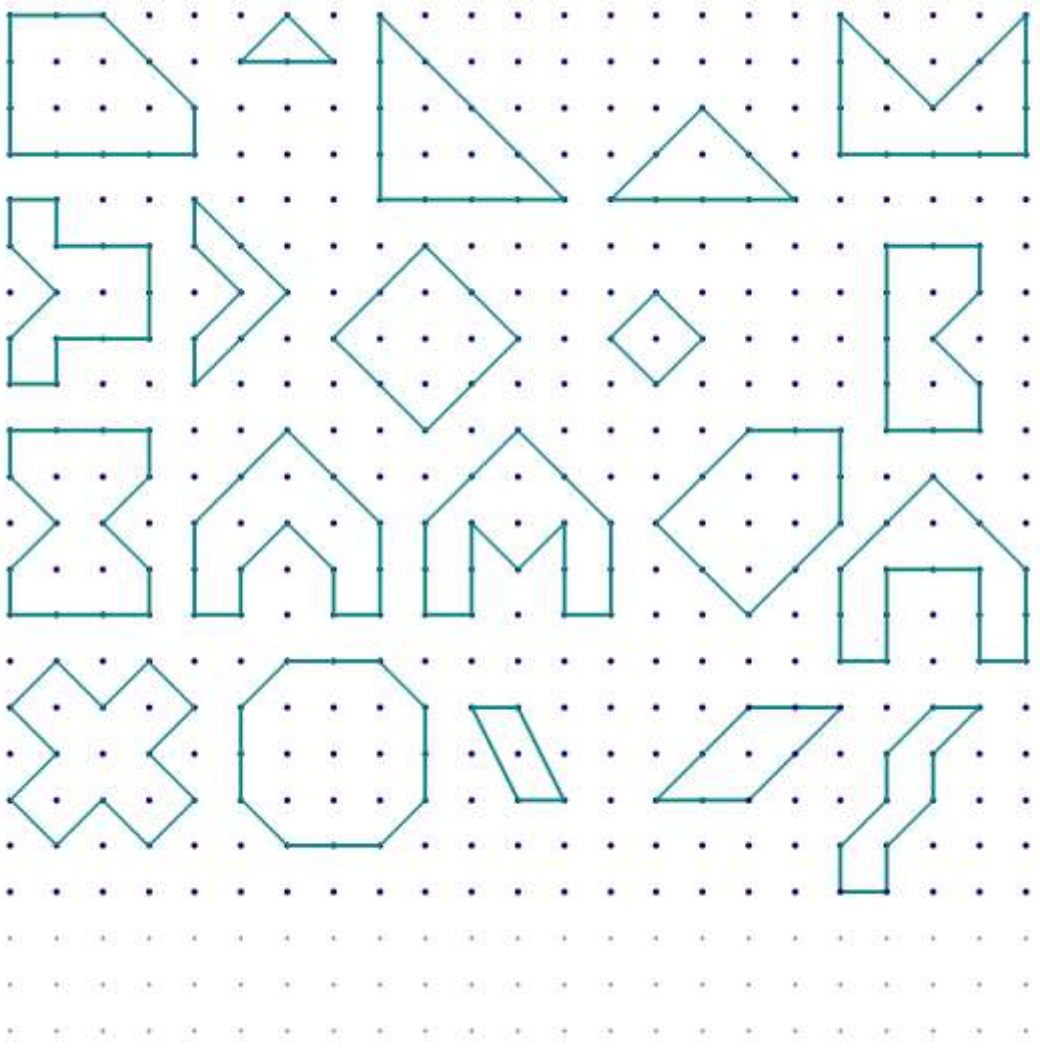
3. a) Construir no geoplano, com o auxílio dos elásticos, um quadrado com "nove pinos" de lado. Tomemos como unidade o lado desse quadrado, que passará a medir 1 cm, e chamaremos **A** a este quadrado.

Construa uma seqüência de quadrados em que cada um tenha como perímetro o dobro do anterior.

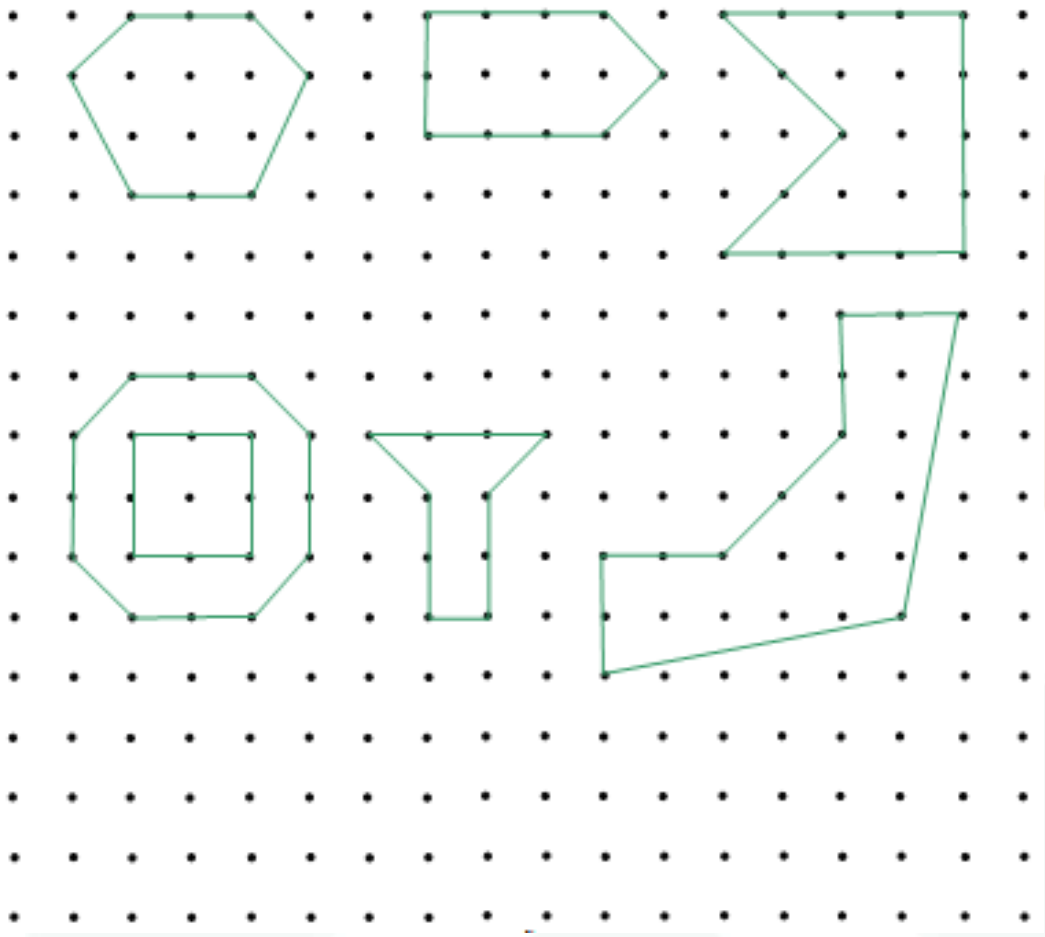
19) Classifique os polígonos abaixo em convexo e não convexo.



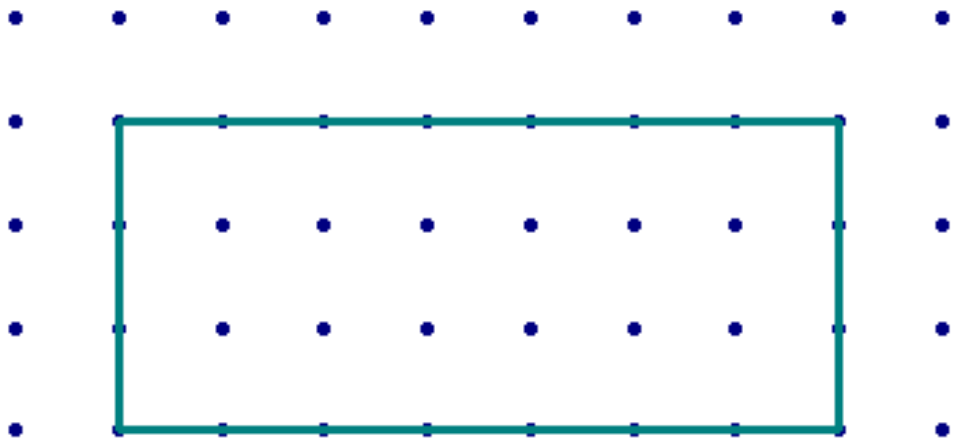
20) Como você faria para calcular a área das figuras abaixo:



21) Trace o eixo de simetria das figuras:



22) A partir das informações da figura abaixo, forme: uma figura com mesmo perímetro e área diferente; outra figura com perímetro diferente e mesma área.



23) Construa, na malha em anexo, retângulos de área 35. Quantas soluções diferentes são possíveis?

24) Se um lado de um quadrado aumenta o dobro, de quanto aumenta o seu perímetro? E sua área? Se triplicarmos o lado de um quadrado o que acontece com o seu perímetro? E com sua área? Qual a sua conclusão?

25) Formar, na malha em anexo, quatro retângulos diferentes de área 30.

26) Construa uma figura simétrica (em relação ao eixo)

27) Observe as figuras abaixo.

fig.1 fig.2 fig.3

Os perímetros das figuras 2 e 3 aumentam ou diminuem em relação ao perímetro da figura 1?

28) As atividades a seguir são elaboradas no geoplano isométrico abaixo.

Compare as figuras abaixo e estabeleça as relações.

a. Quantos formam um ?

a. Quantos formam um ?

a. Quantos formam um ?

a. Quantos formam um ?

a. Quantos formam um ?

a. Quantos formam um ?

Com base nos estudos acima, estabeleça as novas relações:

a. Se = 1, =___.

a. Se = 1, =____.

a. Se = 1, =____.

a. Se = 1, =____.

Estabeleça novas relações a partir das somas abaixo.

a. Se + = 1, então quanto vale ?

a. Se + = 1, então quanto vale + ?

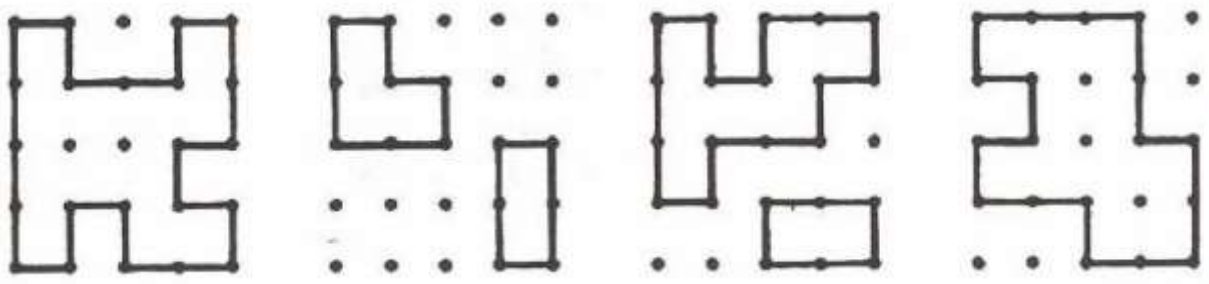
a. Se + = 1, então quanto vale + ?

a. Se + = 1, então quanto vale ?

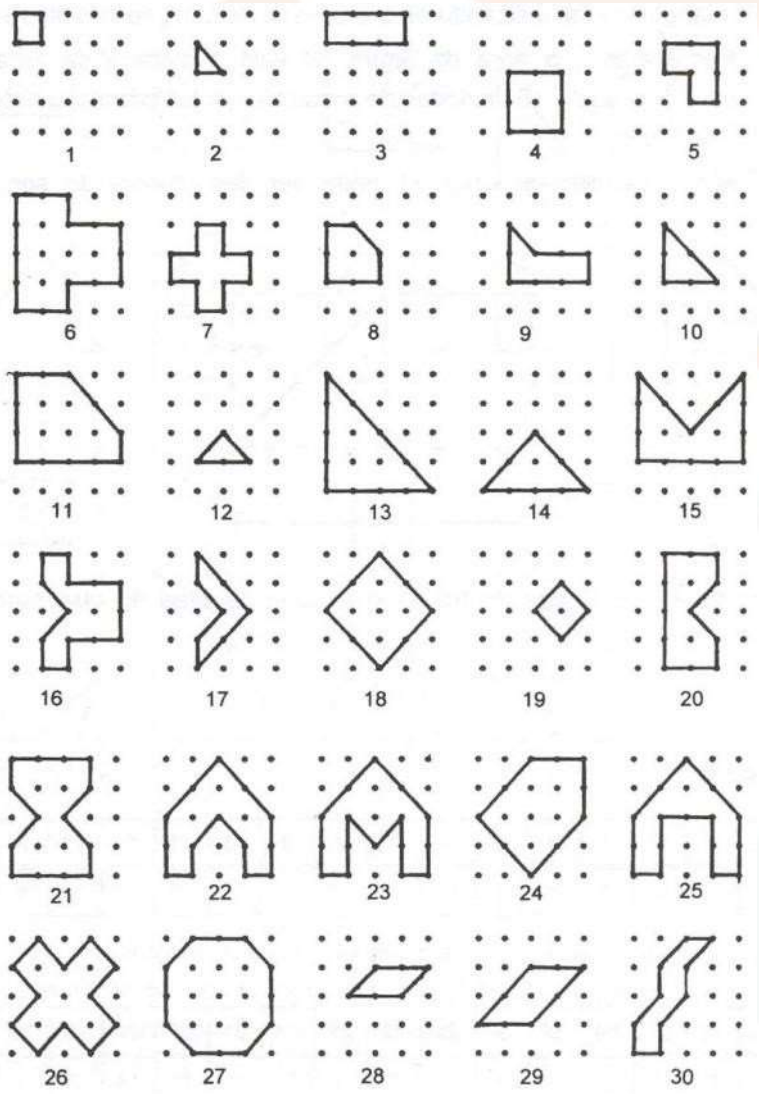
a. Se **+** = 1, então quanto vale + ?

Construa uma figura com área igual a 16 unidades.

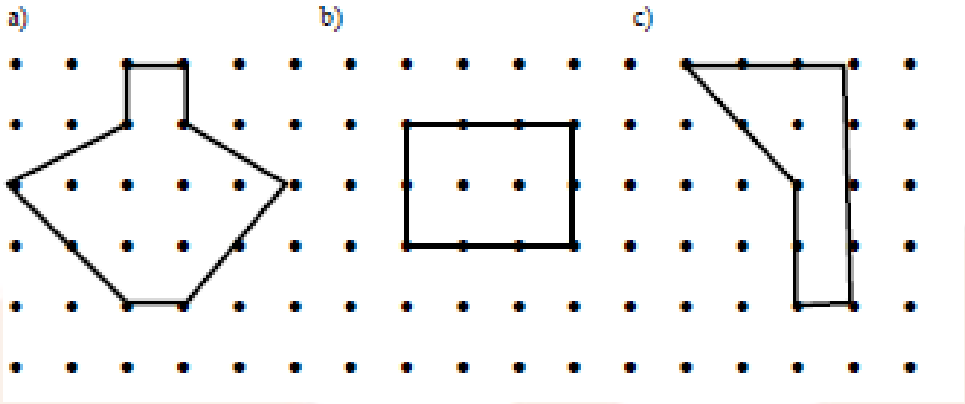
29) Admitindo o menor quadrado como unidade de área, calcule as áreas e perímetros das formas abaixo.



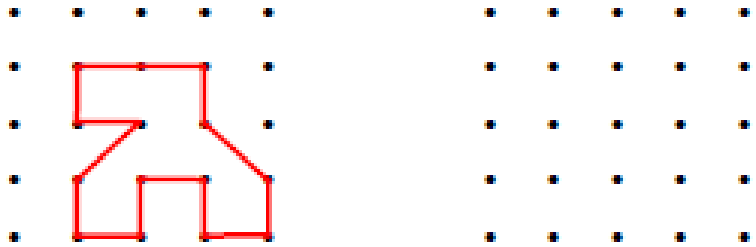
30) Admitindo a figura como unidade de área,calcule as áreas das formas abaixo:



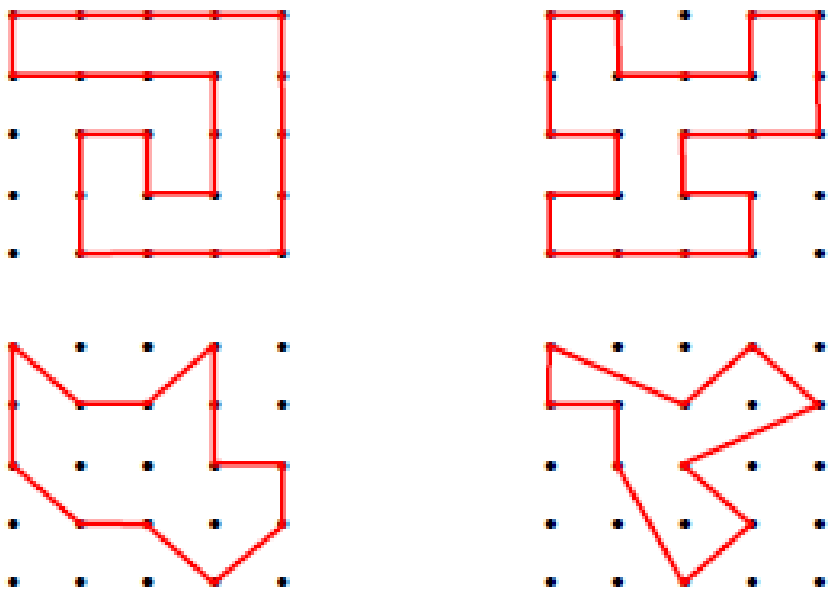
31) Traçe o eixo de simetria das figuras:



32) Construa um polígono diferente que tenha a mesma área e mesmo perímetro da figura abaixo:



Calcule o perímetro das figuras abaixo:



33)

34) Construir quadrados e retângulos com áreas previamente definidas:

a) Retângulos de área 6,8,12,15,18

[redacted]

b) Quadrados de área 1,4,9,25

[redacted]

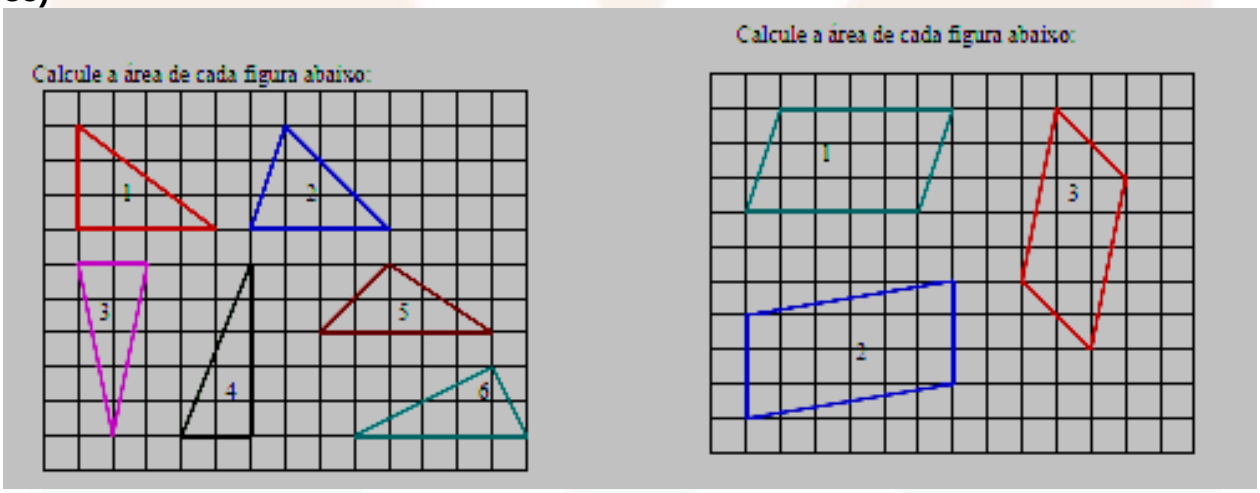
c) Triângulos com áreas 2,5,6,8

[redacted]

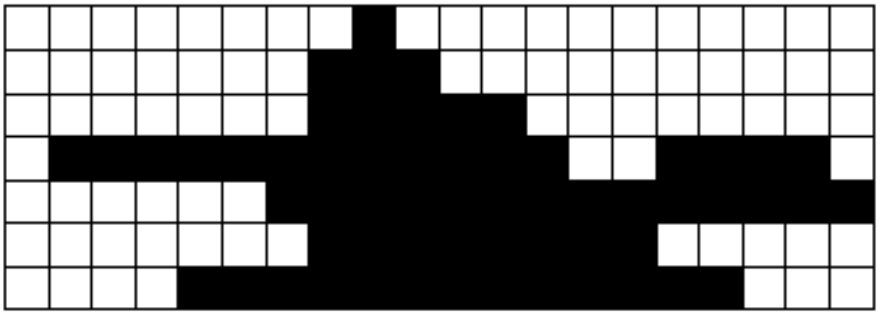
d) Paralelogramos (que não sejam retângulos) de áreas 5,6,7,8,10

[redacted]

35)

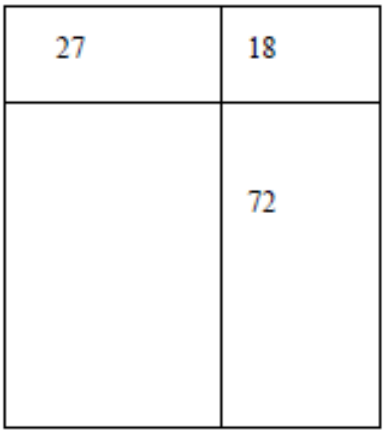


Quantos centímetros quadrados foram retirados do tabuleiro representado abaixo, sendo que cada quadradinho tem lado igual a 1 cm?



36)

Um terreno retangular foi dividido em 4 terrenos, também retangulares. As áreas de 3 deles estão dadas na figura em km^2. Qual a área do terreno que foi dividido? (As medidas dos lados são inteiras)



37)

38) No papel quadriculado com um geoplano 8 x 8:

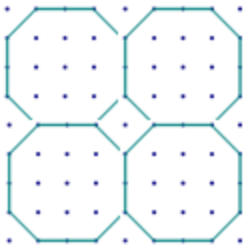
a) Construir um retângulo de perímetro 28

b) Construir um retângulo de área 56

39) Se representar a unidade de área, determine as áreas das montagens.

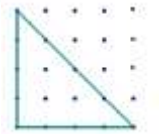
a)

b)



40) Admitindo a área unitária , calcular as áreas das construções a seguir:

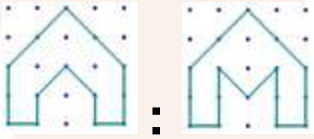
a)

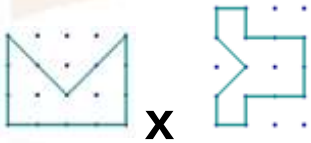
b) 

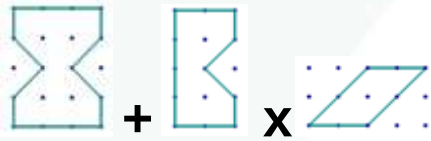
c)

41) Representar o maior e menor quadrado que pode ser construído em um geoplano 4 x 4.

42) Definida a montagem como unidade de área, resolva as operações com as áreas das formas

a)  **:**

b)  **X**

c)  **+** **X**

d) **-** **+**