

**CENTRO UNIVERSITÁRIO DO PLANALTO CENTRAL APPARECIDO DOS
SANTOS - UNICEPLAC**

Dalmo Rodrigues da Silva

Ábaco: prática pedagógica matemática

GAMA, DF, 2021.



(61) 3035-3900



www.uniceplac.edu.br



Área Especial para Indústria
Lote nº 02, Setor Leste, Gama,
Brasília, DF - CEP 72.445-020

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

S586a

Silva, Dalmo Rodrigues da.

Ábaco: prática pedagógica matemática. Gama, DF:
UNICEPLAC, 2021.

23 p.

1. Matemática. 2. Ábaco. 3. Prática pedagógica. I. Título.

CDU: 51



Ábaco

Os contadores mecânicos são milenares, há registros de sua existência muito antes da era cristã. Todavia, pode-se afirmar que os ábacos modernos são aparentados do cálculo com pedras, que por sua vez originaram-se de período remoto, no qual o ser humano "contava sem saber contar" (IFRAH, 1989, p. 31).

Os ábacos mantêm o princípio da idéia de agrupar quantidades em bases pré-combinadas e trocá-las, que é o princípio da contagem valor posicional, tanto da base dez como de quaisquer outras bases.

Neste tipo de contagem se faz a correspondência um a um dos objetos com quaisquer demarcadores, por exemplo, os dedos das mãos. Isto é o que acontece, quando uma criança corresponde uma a uma pessoas com os pratos que lhe foram solicitados para pôr à mesa; quando correspondem uma a uma tampinhas e garrafas.

Em todas estas situações ela estará fazendo uma contagem elementar denominada também de correspondência termo a termo.

Fazer esta correspondência é importante para o princípio da contagem, mas nem por isto pode ser considerada uma contagem legítima com a necessária abstração.

Isto significa que muito antes da humanidade criar seus inúmeros sistemas de numeração, ela contava visualmente.

Eles apenas tinham a noção vaga de muito porque em tal seqüência - do menor dedo até o olho direito - passava-se por todos os dedos de uma mão, depois o pulso, o cotovelo, o ombro, a orelha e o olho, todos do lado direito. Se uma dívida fosse paga com a contagem até o olho do lado esquerdo, significava que havia sido pago muito mais, no caso, duas vezes mais.

E foi neste momento que, muito embora ainda distante da contagem em sistema de numeração, dentro de uma lógica que permite operacionalizar apenas com símbolos (ou pedras cujo uso é considerado semi-simbólico), o ser humano passou para a ideia de sucessão ou ordem.

Quando se repete a mesma sucessão ou ordem, pela força da memória e do



Em certas regiões da África Ocidental, até pouco tempo atrás, pastores tinham um costume bastante prático para avaliar seu rebanho. Faziam os animais passarem um a um, em fila.

Após a passagem do primeiro enfiavam uma concha num fio de lã branca, após o segundo outra concha, e assim por diante até dez. Nesse momento desmanchava-se o colar e se introduzia uma concha numa lã azul, associada às dezenas, e se recomeçava a enfiar conchas na lã branca até a passagem do vigésimo animal, quando se introduzia uma segunda concha no fio azul. Quando esta tinha, por sua vez, dez conchas, e cem animais haviam sido contados, desfazia-se o colar das dezenas e enfiava-se uma concha numa lã vermelha, reservada desta vez para as centenas. E assim por diante até o término da contagem dos animais.

Para duzentos e cinquenta e oito animais, por exemplo, haveria oito conchas de lã branca, cinco azuis e duas vermelhas.

Observe que o ponto crucial com o qual se depararam nossos ancestrais foi como demarcar as pedras, de maneira que se soubesse quando elas assumiam o valor de unidade ou de grupo. Assim foi inventado o princípio da posição ou das ordens das pedras – no ábaco: a cada grupo formado troca-se a pedra de lugar ou posição - por convenção posterior sempre à esquerda, sendo então que cada conta passa a valer mais do que a da ordem imediata da direita, tantas vezes mais quanto é a base escolhida. Portanto, crescendo potencialmente para a esquerda, neste caso, em grupos de dez, ou seja, na base dez.

A base dez foi e permanece sendo a mais comum no curso da história. Todavia, sua adoção não se deve ao fato de ter vantagens práticas ou matemáticas, motivo que reforça a ideia de que foi eleita quase que universalmente pelo simples fato de corresponder ao número de dígitos de nossas mãos.

Os ábacos mais comuns no ocidente foram tábuas ou pranchas parecidas com mesas, com divisões em diversas linhas ou colunas paralelas que separavam as ordens de numeração onde se colocavam pedras ou fichas, valendo uma unidade cada uma, da respectiva ordem. Estas peças eram chamadas de *psephoi* pelos gregos e *calculi* pelos romanos. Há registros destas tábuas de contar no século V ou VI antes de Cristo.

Ao que tudo indica o próximo passo da humanidade em direção às modernas técnicas de cálculo foi a criação das calculadoras de bolso, portanto aparentadas das tábuas de contar. Ábacos de bolso, por assim dizer, são muito similares aos modernos ábacos orientais, muito difundidos até hoje no Japão e na China, e que os japoneses denominam de SOROBAN. Estes “ábacos de bolso” datam do século I, segundo ilustrações encontradas em sarcófagos romanos desta época: consistiam numa pequena

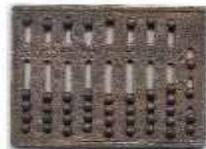


placa metálica com ranhuras paralelas nas quais deslizavam botões móveis do mesmo tamanho.

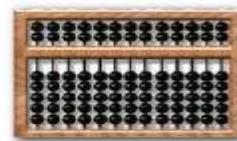
Houve uma porção de adaptações, sobretudo orientais, a este modelo original. Há, no entanto, uma reticência na história quando se pensa no porquê dos povos ocidentais da Idade Média - herdeiros diretos da civilização romana - terem preferido as antigas tábuas de cálculo do tipo mesa aos chamados ábacos de bolso, similares aos modernos sorobans. Autores dizem que não há como saber. Ao que tudo indica esta prática desapareceu antes ainda da queda do Império Romano.

Parece que foi exatamente neste ponto que começou a briga histórica entre abacistas e algoristas no mundo Ocidental. As tábuas de contar não eram realmente práticas como os ábacos de bolso e por isso desapareceram mediante a adoção dos cálculos escritos com algarismos que surgiram logo a seguir.

Tipos de Ábacos



Ábaco Romano



Suan-pan Chinês

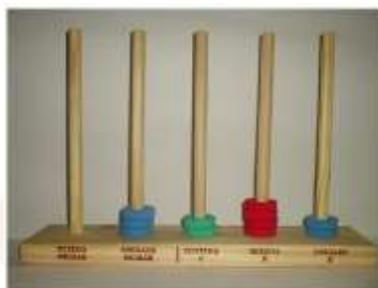


Tschoty Russo



*Nephualtintzin
ábaco maia*

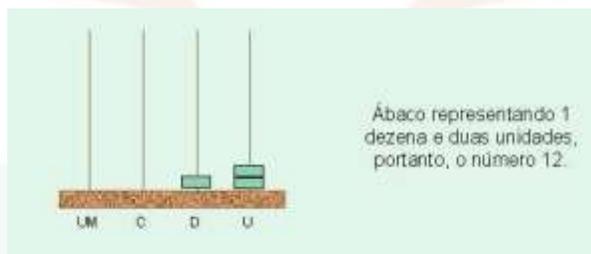




Ábaco de pinos

O ábaco de pinos é um material utilizado como recurso para o trabalho de Matemática, para desenvolver atividades envolvendo o Sistema de Numeração Decimal, a base 10 e o valor posicional dos algarismos, além das 4 operações (com mais ênfase na adição e na subtração).

Este material é de origem oriental e tem como referência as contagens realizadas por povos antigos.



No ábaco, cada pino equivale a uma posição do Sistema de Numeração Decimal, sendo que o 1º, da direita para a esquerda representa a unidade, e os imediatamente posteriores representam a dezena, centena, unidade de milhar e assim por diante.

De acordo com a base 10 do sistema indo-arábico, cada vez que se agrupam 10 peças em um pino, deve-se retirá-las e trocá-las por uma peça que deverá colocada no pino imediatamente à esquerda, representando 1 uma unidade da ordem subsequente.

O ábaco de pinos tem uma grande vantagem frente ao ábaco horizontal, pela possibilidade de movimentação das peças, que podem ser retiradas e não só "passadas" de um lado para outro, como no ábaco horizontal. Nas atividades de subtração, essa estratégia facilita muito o manuseio do aluno, que necessita retirar e reagrupar peças em diferentes posições.

Por ser um material bastante prático, ele pode também ser feito com materiais de sucata. Embora não tenha tanta durabilidade quanto os ábacos de madeira (que podem ser construídos por pais ou encomendados para marceneiros), pode constituir uma alternativa para o problema de falta de material.

Para a base do ábaco com materiais de sucata, podem ser usadas caixas de sapato, formas de ovos, bandejas de isopor, retângulos de madeira ou algo semelhante, onde possam ser fixados palitos de churrasco, lápis de escrever, objetos retos que sirvam como pinos. Se necessário pode-se passar cola nas bases para que os "pinos" fiquem firmes e não caiam durante a realização das atividades. Para servir de roscas, podem ser usadas tampinhas de refrigerante, canudinhos de refrigerante cortados em pequenos pedaços, ou mesmo arruelas e porcas de mecânicos. O professor pode usar seus próprios recursos e descobrir outras possibilidades de confeccionar o ábaco com seus alunos.

Ábaco, na verdade, é qualquer instrumento de manipulação que ajude a fazer cálculos (cartazes de pregas, contador, cartaz de valor-lugar, soroban, etc.).

Se nos remetermos à pré-história, no período neolítico, quando o homem passou pelo processo de sedentarização, surgiu a idéia de criar animais para o consumo. Uma das primeiras dificuldades foi saber quantos animais uma família ou aldeia possuía.

A solução era relacionar de forma biunívoca animais e pedrinhas, isto é, para duas cabras, colecionavam-se duas pedrinhas.

Com um tempo, o homem começou a contar outros objetos, cujas quantidades tornavam-se inviáveis de representar biunivocamente com pedrinhas. Assim, agrupar quantidades iguais e representá-las com outros objetos foi a saída.

Por exemplo, os egípcios costumavam formar grupos de cinco pedrinhas e substituir estas cinco por um graveto. Dessa forma, 2 gravetos e 3 pedrinhas correspondiam ao 13.

Povos diferentes formavam esses grupos de maneiras diferentes, o que chamamos na matemática de bases numéricas.

Na idade antiga, a escrita facilitou muito o processo de representação de quantidades. O ser humano pela primeira vez utilizou símbolos gráficos para representar números.



Porém, antes de chegarmos nesse grau de evolução (da escrita), vamos estudar sobre um instrumento desenvolvido na China antiga – o ábaco.

O ábaco chinês é composto por três ripas de madeira dispostas em paralelo, unidas por cilindros de metal ou madeira, espaçados e paralelos, por onde deslizam esferas, chamadas de contas.



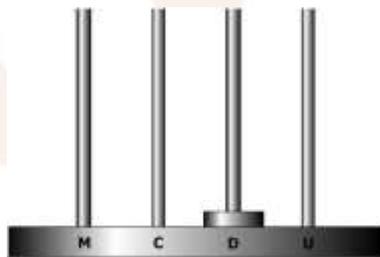
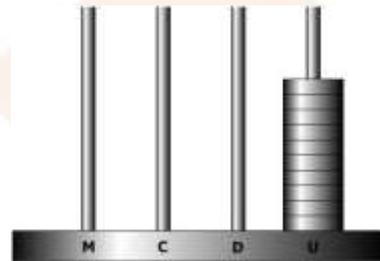
Cada conta corresponde a uma unidade na coluna inferior direita; cinco unidades na coluna superior direita; uma dezena na segunda coluna inferior; cinco dezenas na segunda coluna superior e assim sucessivamente.

Em uma versão simplificada – a que usamos no ocidente, o ábaco é composto por uma base de madeira, colunas (cilindros) de metal ou madeira perpendiculares à base e esferas ou roscas para as contas.

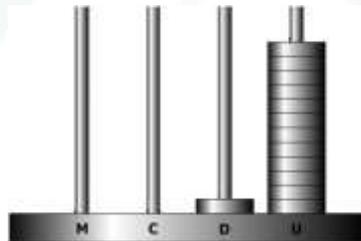
O valor posicional, assim como no ábaco chinês, é dado da direita para esquerda. Se utilizarmos a base decimal, a primeira coluna é a das unidades; a segunda, das dezenas; a terceira, das centenas e assim sucessivamente.



Digamos que, no ábaco ocidental queiramos fazer $10 + 12$. Inicialmente colocamos dez unidades na coluna das unidades. Mas, lembrando nossos antepassados, é mais inteligente utilizar a posição das dezenas, já que $10 = 1 \times 10$, isto é, uma dezena.



Agora, vamos colocar 12 unidades na coluna das unidades.



Essas 12 unidades podem ser escritas e representadas como $1 \times 10 + 2$, isto é, uma dezena mais duas unidades. Assim, retiramos dez unidades, que “passam” para a coluna das dezenas como uma dezena. Esse é o famoso “vai um” do algoritmo da adição. Na realidade não “vai um”, o que vai é uma dezena a ser somada às dezenas.

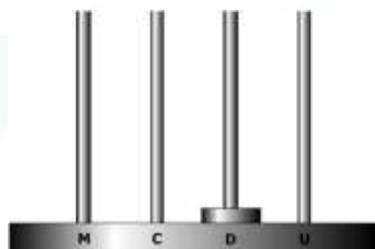
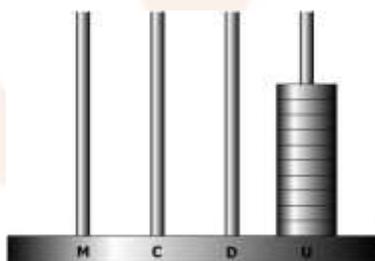
Dessa forma ficamos com a disposição final:



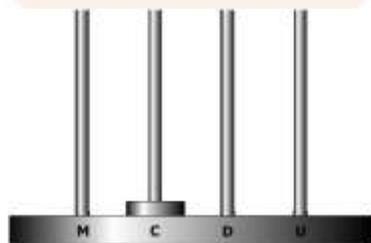
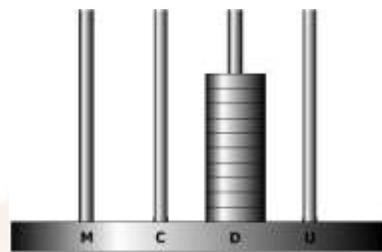


Que corresponde a expressão numérica $2 \times 10 + 2$ que é igual a 22. Veja 22 que são duas dezenas mais duas unidades ($20 + 2 = 22$). Tal raciocínio é a base para o algoritmo da operação da soma com números naturais na base decimal.

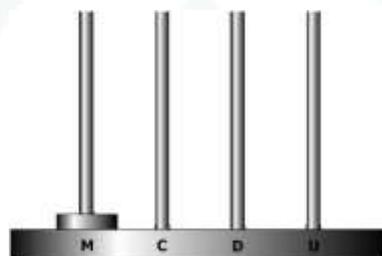
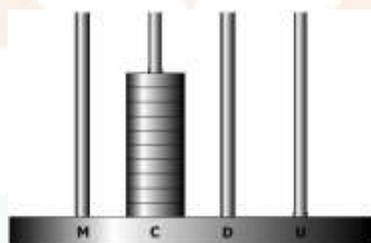
É bom lembrarmos que 10 unidades são 1 dezena:



Que 10 dezenas são 1 centena:



Que 10 centenas são 1 milhar e assim sucessivamente.



Uma vez compreendida essa ação de substituir, na base decimal, dez vezes a unidade anterior em uma unidade posterior (exemplo 10 centenas em 1 milhar), e assimilado esse conceito, estaremos aptos a afirmar que sabemos somar números naturais na base dez.

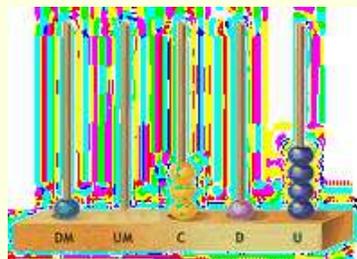


Algo que pode facilitar a leitura do número expresso no ábaco (se estivermos trabalhando com base decimal) é termos estampado, na base, os nomes das posições (unidades, dezenas, centenas, etc).



ATIVIDADES

1. No ábaco abaixo, Cristina representou um número. Que número é esse?



- (A) 1.314
- (B) 4.131
- (C) 10.314
- (D) 41.301

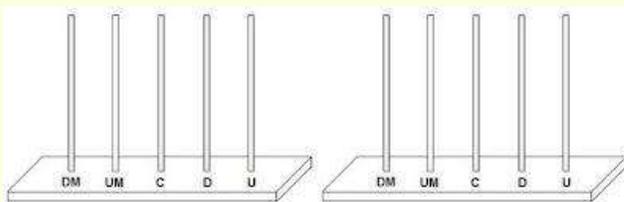
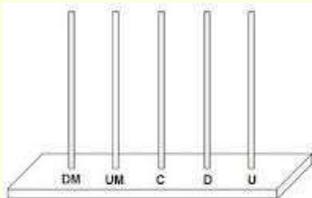
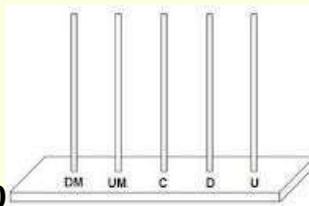
2. Represente os números nos ábacos abaixo:

a. 12547

b. 1026

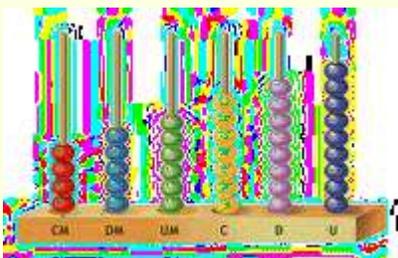
c. 1508

d. 14250

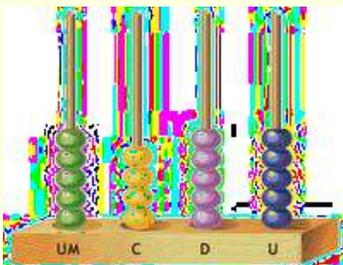


3. Observe os ábacos abaixo e faça o que se pede:

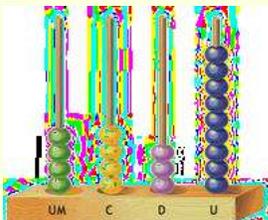
X



Y



Z



Quais os números representados pelos ábacos:

X: _____

Y: _____

Z: _____

4) Com os valores da questão anterior:

- Somar o número do ábaco Y com o número do ábaco Z.
- Subtrair o número do ábaco Y com o número do ábaco Z.
- Subtrair o número do ábaco X com o número do ábaco Y.
- Subtrair o número do ábaco X com o número do ábaco Z.
- Subtrair o número do ábaco X com o resultado do item a.
- Subtrair o número do ábaco X com o resultado do item b.
- Subtrair o número do ábaco X com o resultado do item c.

5) Realize no ábaco o que é pedido descrevendo cada procedimento , (lembre-se que todos os procedimentos devem ser realizados da direita para a esquerda).

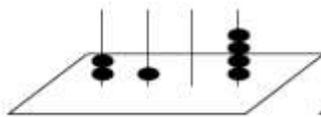
100. Retire uma unidade. Quanto ficou?



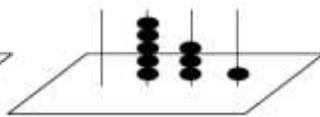
- b) 240. Retire uma unidade. Quanto ficou?
- c) 500. Retire uma unidade. Quanto ficou?
- d) 99. Acrescente uma unidade. O que aconteceu?
- e) 109. Acrescente uma unidade. Qual o total?
- f) 190. Acrescente uma dezena. E agora o que aconteceu?
- g) 999. Acrescente uma unidade. Qual o total? O que foi preciso fazer?

Fazendo as leituras dos ábacos a seguir, realize as operações:

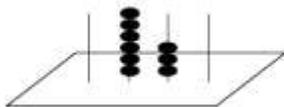
a)



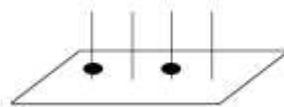
b)



c)



d)



$$a + b =$$

$$b + c =$$

$$c + d =$$

$$a - b =$$

$$d - b =$$

$$(a + b) - (c + d) =$$

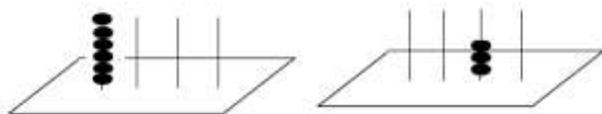
$$(d + c) + (c + b) =$$

Com os números representados nas montagens abaixo, realize as operações:

a)

b)





c)

d)



$a : b =$

$2 \cdot (b : a) =$

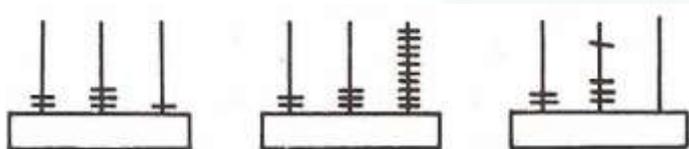
$c : d =$

$(b \cdot c) : (d : c) =$

$(b \cdot c) + (a / 2) =$

$(d : a) \cdot (a + b) =$

Interpretando as leituras dos ábacos abaixo, responda.



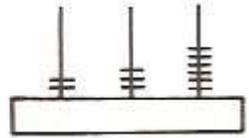
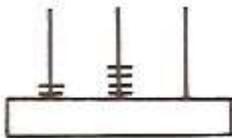
a)

b)

c)

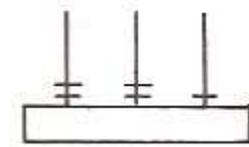
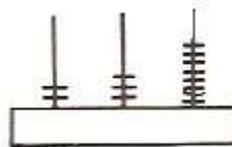
d)

e)



f)

g)



a)

$a + b + c + d$

$g + f + e - d$

b)

$(a \cdot b \cdot c \cdot d) + (g + d + e + a)$



(61) 3035-3900



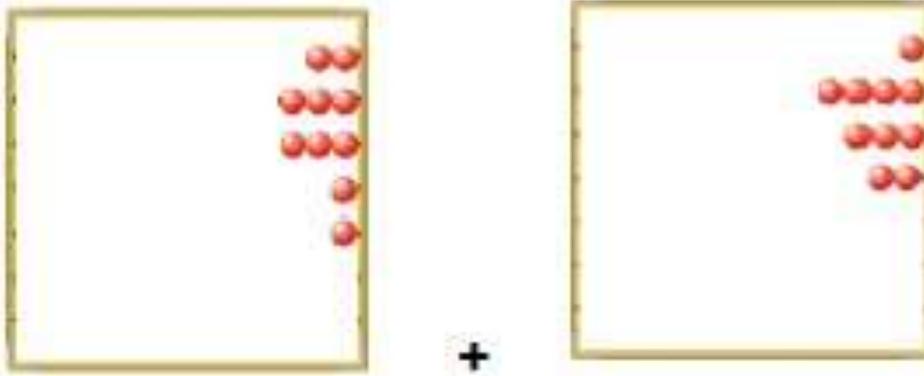
www.uniceplac.edu.br



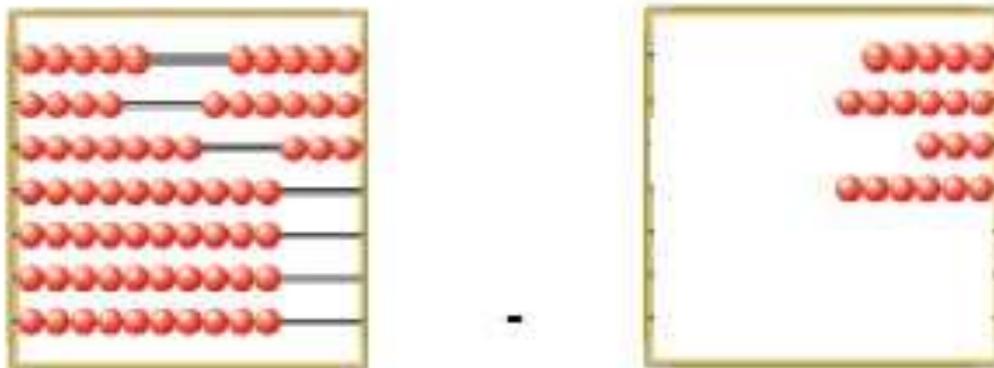
Área Especial para Indústria
Lote nº 02, Setor Leste, Gama,
Brasília, DF - CEP 72.445-020

Com o ábaco horizontal, represente os resultados das operações a seguir:

a)

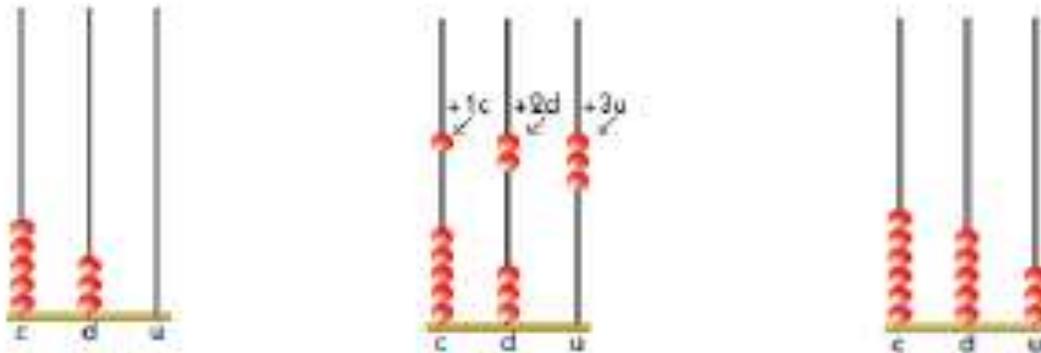


b)

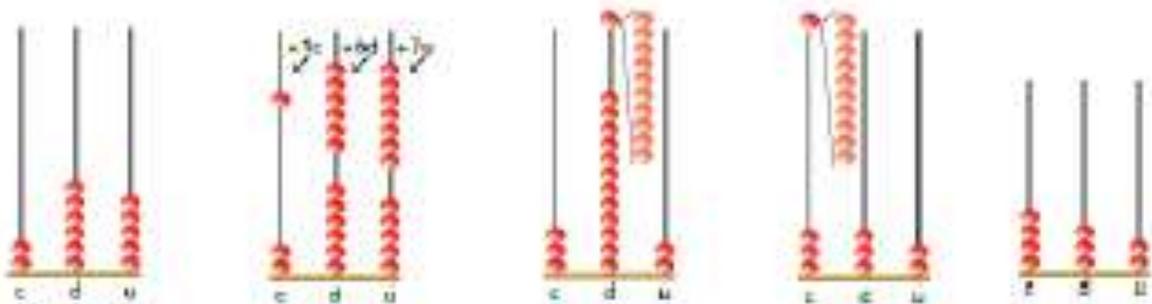


Observando os exemplos a seguir, represente com o ábaco vertical as adições.

Exemplo 1) $530 + 123 = 653$



Exemplo 2) $265 + 167 = 432$



a) $65 + 32 =$

b) $122 + 374 =$

c) $98 + 23 =$

d) $246 + 589 =$

e) $625 + 487 =$

f) $519 + 273 =$

g) $233 + 165 =$

h) $140 + 676 =$

i) $534 + 282 =$

j) $107 + 65 =$

k) $328 + 834 =$

l) $209 + 39 =$

m) $31 + 14 =$

n) $10 + 01 =$

o) $22 + 17 =$

p) $37 + 24 =$

q) $68 + 15 =$

r) $22 + 19 =$

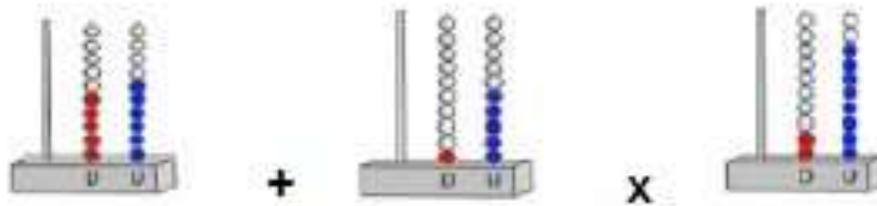


Representar no ábaco horizontal as operações e resolvê-las.

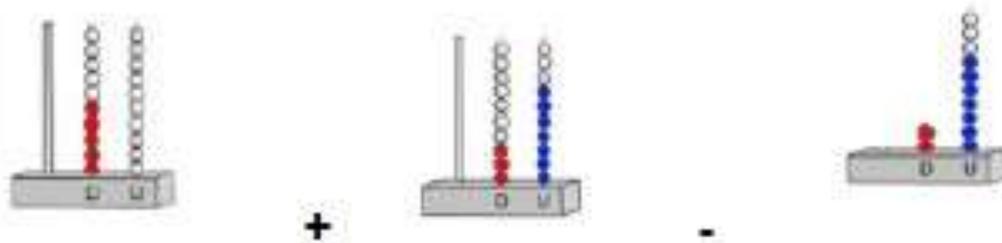
- a) $800 + 100 =$ b) $500 + 20 =$ c) $1005 + 5 =$
 d) $200 + 1000 =$ e) $70 + 50 =$ f) $60\,000 + 10\,000 =$

4) Escrever numericamente as expressões ,resolvê-las e apresentar os resultados em um ábaco.

a)



b)

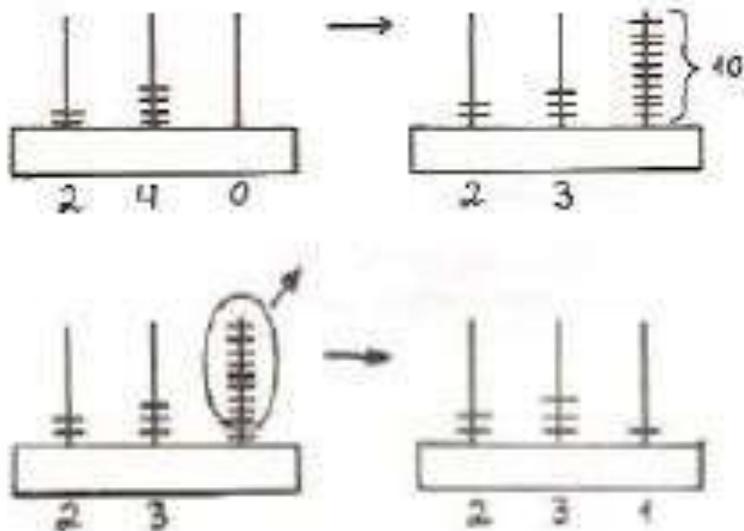


c)



Observando o exemplo da subtração a seguir com o ábaco, represente as operações seguintes

Exemplo 1) $240 - 9 = 231$



a) $68 - 14 =$

b) $34 - 12 =$

c) $53 - 11 =$

d) $62 - 19 =$

e) $53 - 28 =$

f) $44 - 39 =$

g) $1\,325 - 438 =$

h) $8\,509 - 741 =$

i) $5\,237 - 4\,286 =$

j) $3\,000 - 1\,742 =$

k) $1\,002 - 658 =$

l) $3\,000 - 2\,258 =$

6) Resolver no ábaco horizontal as operações.

$$\begin{array}{r} 7026 \\ + 142 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9754 \\ + 1291 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5788 \\ + 2997 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3596 \\ + 2378 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12405 \\ + 41715 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 26387 \\ + 8908 \\ \hline \end{array}$$



Resolver no ábaco vertical as operações.

$$\begin{array}{r} 793 \\ - 214 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 632 \\ - 117 \\ \hline \end{array}$$

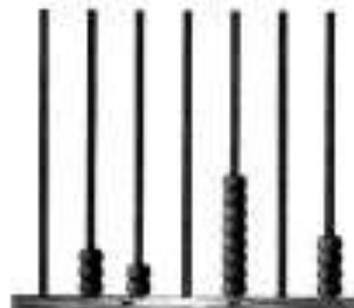
$$\begin{array}{r} 8674 \\ - 218 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2000 \\ - 872 \\ \hline \end{array}$$

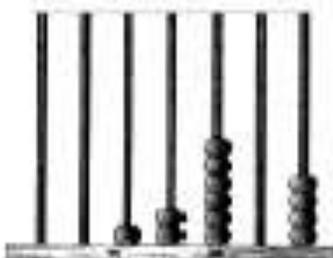
$$\begin{array}{r} 15939 \\ - 7845 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4500 \\ - 930 \\ \hline \end{array}$$

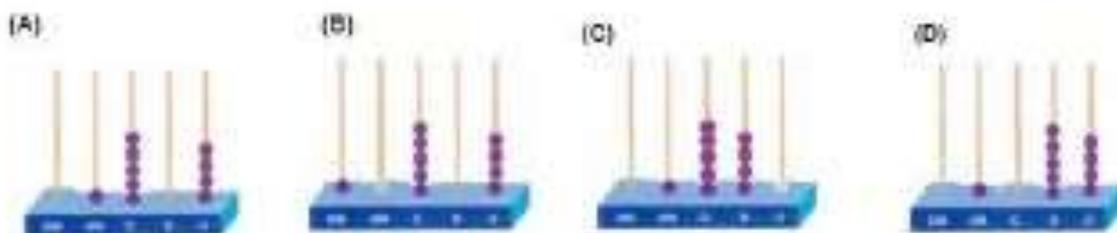
8) Calcule o produto dos números representados nos ábacos abaixo e escreva o resultado em um ábaco horizontal



9) Escrever em um ábaco vertical, a diferença entre os números representados nos ábacos a seguir .



Fazendo as leituras dos ábacos, resolva as operações



$$(A + B) \times (C + D)$$

$$(A \times B \times C) + (D \times A \times B)$$

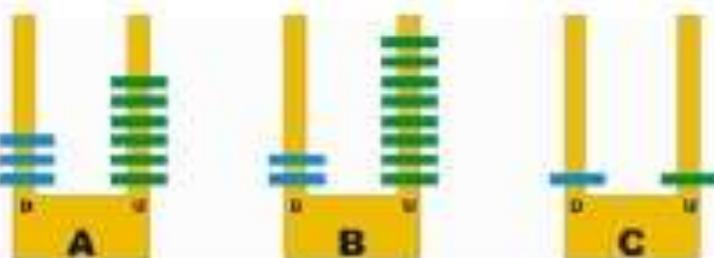
$$\frac{(C + A) \times (D + B)}{(C \times A \times D)}$$

$$\frac{(B - A) + (C + D)}{(A \times B \times C)}$$

$$(C \times A \times D)$$

$$(A \times B \times C)$$

11) Observe o exemplo e responda.



Quais os números representados pelos ábacos:

A: _____ B: _____ C: _____

- Some o número do ábaco A com o número do ábaco C.
- Subtraia o número do ábaco A com o número do ábaco C.
- Some o número do ábaco B com o número do ábaco C.
- Subtraia o número do ábaco B com o número do ábaco C.
- Some o número do ábaco B com o resultado do item a.
- Subtraia o número do ábaco B com o resultado do item b.

